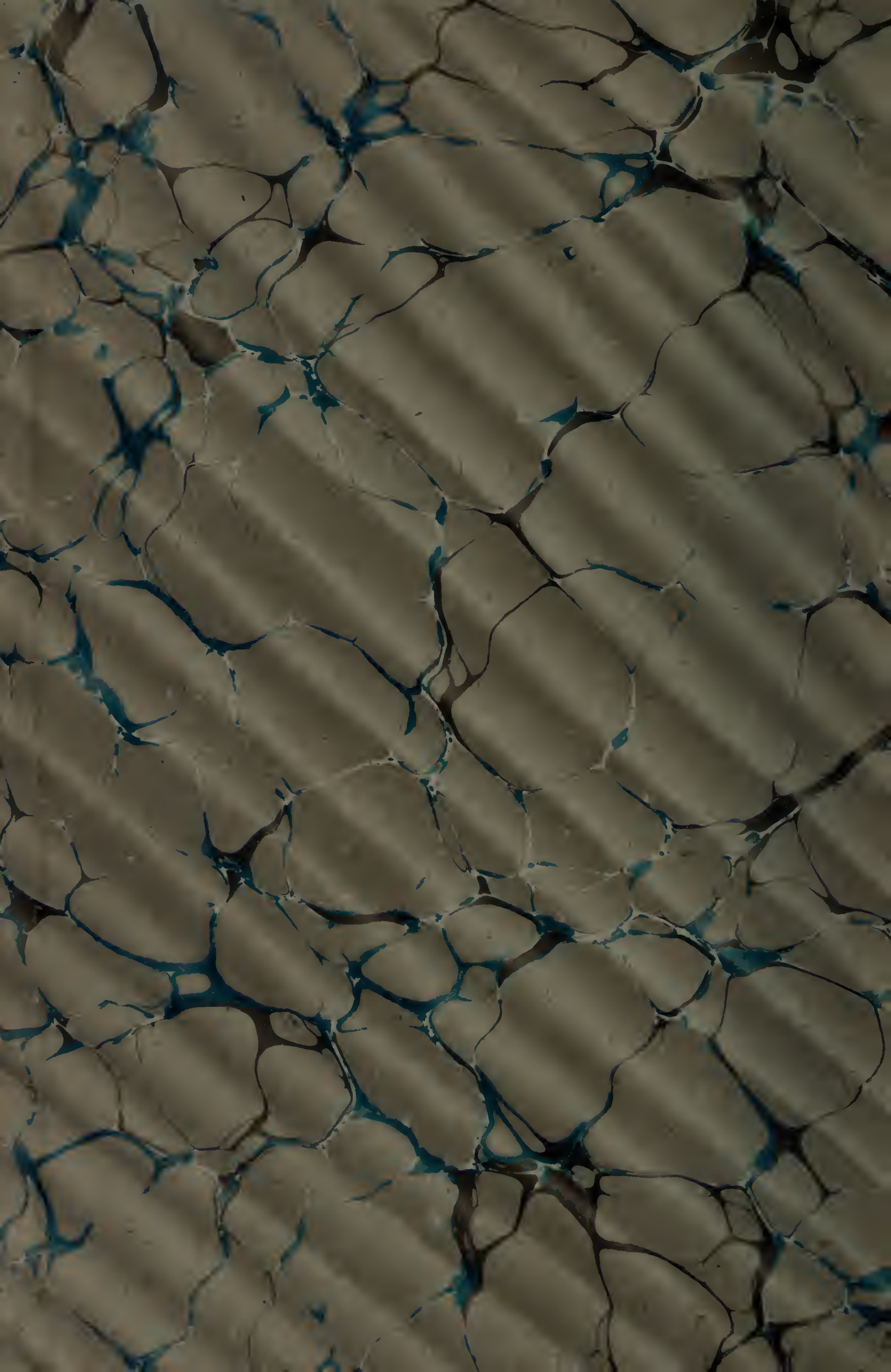

UNIVERSITY OF TORONTO
3 1761 01029001 3







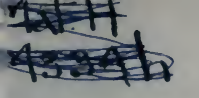
HISTOIRE

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES.


ECCE LABORA ET NOLI
CONTRISTARI



HISTOIRE

DES

SCIENCES

MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES,

PAR

M. MAXIMILIEN MARIE,

RÉPÉTITEUR DE MÉCANIQUE
ET EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.



TOME V.

DE HUYGHENS A NEWTON.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,
QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

1884

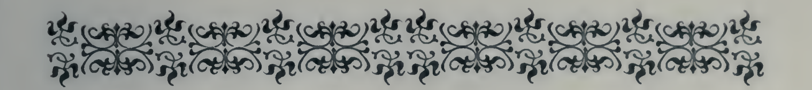


TABLE DES MATIÈRES.

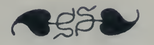
Pages.

Dixième Période.

De HUYGHENS, né en 1629, à NEWTON, né en 1642 1

Onzième Période.

De NEWTON, né en 1642, à EULER, né en 1707................ 141



DIXIÈME PÉRIODE.

De HUYGHENS, né en 1629,
à NEWTON, né en 1642.

Noms des savants de cette Période.

	Né en	Mort en
Huyghens	1629	1695
Barrow	1630	1677
Auzout	1630	1691
Richer	1630	1696
Darandeli (Mahomet)	1630	
Rudbeck	1630	1702
Kinckhuysen	1630	
Stenon	1631	1686
Wren	1632	1723
Leuwenhoeck	1632	1723
Montanari	1633	1687
Hudde	1633	1704
Becher	1635	1682
Hooke	1635	1722
Neil	1637	1670
Swammerdam	1637	1680
Magalotti	1637	1712
Gregory (James)	1638	1675
Kunckel	1638	1703
Eimmart	1638	1705
Malebranche	1638	1715
Ruich	1638	1731
Kirch	1639	1710
Cassius	1640	1673
Ozanam	1640	1717
De Lahire	1640	1718
Ferguson	1640	
Von Graaf	1641	1673
Dalencé		
Cassegrain		



DIXIÈME PÉRIODE.

CETTE Période est illustrée par les travaux d'Huyghens et de Barrow, d'Auzout et de James Grégory.

Huyghens ne s'est pas, à proprement parler, occupé du perfectionnement des méthodes, estimant peut-être que le génie s'en passe très bien, ou supplée à leur défaut. Il a dédaigné même de se mettre au courant de la méthode infinitésimale, parce, sans doute, qu'Archimède, dont il se rapproche à tant d'égards, n'en avait pas eu besoin pour atteindre à ses sublimes découvertes. Il n'a voulu la connaître qu'à la fin de sa vie, pour savoir comment avaient bien pu s'y prendre tous ses jeunes rivaux pour le devancer quelquefois.

Son abstention à cet égard a beaucoup nui à sa réputation parce que, non sans raison, ses contemporains ont placé les perfectionnements des méthodes d'invention au-dessus des inventions elles-mêmes. Huyghens n'en reste pas moins l'un des plus puissants génies qui aient existé, l'un des plus féconds et des plus universels.

Nous n'avons à nous occuper ici, relativement à ses deux

grandes créations, la Dynamique et l'Optique, que des principes qu'il a introduits dans ces deux Sciences. Peu de mots nous suffiront pour cela :

Nous avons vu que Galilée, dans ses *Discorsi intorno a due nuove scienze*, s'était forcément borné à l'étude, au point de vue de la Cinématique, du mouvement uniformément accéléré, parce que la notion de la force ne s'étant pas encore nettement dégagée, il n'apercevait pas, dans le poids de chaque corps, la force constante en grandeur et en direction qui le sollicite constamment, aussi bien à l'état de repos qu'à l'état de mouvement.

Huyghens commença par combler cette lacune, et par démontrer, exactement comme nous le faisons aujourd'hui, au moyen du principe de l'indépendance des effets, dont il est le véritable inventeur, qu'une force constante en grandeur et en direction imprime à un mobile, supposé d'abord en repos, un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Aussitôt en possession de ce principe de la Dynamique, il aurait dû se préoccuper de fonder la théorie du mouvement d'un point matériel assujetti à parcourir une courbe donnée, dans l'hypothèse où ce point serait soumis à l'action d'une force constante de grandeur et de direction. Il pouvait y réussir en se servant, sur des exemples, de la méthode des indivisibles, pour apprécier les effets successifs de la composante tangentielle de la force, car il a laissé la preuve qu'il s'était élevé à une notion claire du théorème de Stevin, quoiqu'il n'y recoure jamais. Nous regrettons qu'il ne l'ait pas tenté, mais il faut admirer le tact avec lequel il a su reconnaître que l'hypothèse de Galilée, préalablement mise hors de doute, que la vitesse d'un mobile soumis à l'action d'une force constante ne dépend que de la projection

sur la direction de la force du chemin déjà parcouru par ce point, peut suffire à résoudre toutes les questions qui dépendent de cette théorie.

C'est en effet à l'aide seulement de ce principe qu'il résout complètement la question du mouvement d'un point matériel pesant assujetti à décrire une cycloïde verticale, et parvient à démontrer l'isochronisme des oscillations du pendule cycloïdal, quelles qu'en soient les amplitudes.

La notion de la masse était, jusqu'à Huyghens, restée aussi confuse que celle de la force; ou plutôt il n'y avait pas eu lieu, jusqu'à lui, de s'en préoccuper, les mobiles considérés étant toujours réduits à des points sans dimension : il précisa cette notion en quelques mots, en ramenant la comparaison des masses à celle des nombres de parties égales des différents corps, s'ils étaient homogènes, et, dans le cas contraire, en imaginant ces corps pénétrés, en quelques endroits, par des parties égales, accumulées en nombre convenable, de même que, pour doubler la densité d'un gaz, on comprimerait dans son volume un autre volume égal de ce même gaz.

Mais la manière dont Huyghens aborde le problème de ramener à la question, non encore traitée, du mouvement du pendule simple celle du mouvement du pendule composé, me paraît devoir être au moins mise au rang des plus beaux procédés d'Archimède.

Huyghens passa trente ans, employés il est vrai à beaucoup d'autres travaux, à réfléchir au moyen d'aborder ce grand problème; il découvrit enfin le principe qui pouvait y servir. Voici en quoi consiste ce principe :

Un système matériel quelconque étant soumis à l'action de

la pesanteur, à partir du repos, si, à un instant quelconque de son mouvement, on le suppose désagrégé, de façon que toutes ses particules deviennent indépendantes les unes des autres, si l'on prolonge les trajectoires de ces particules par des courbes quelconques, sur lesquelles elles doivent remonter, et que l'on conçoive toutes ces particules arrivées et fixées aux points les plus élevés où elles pourront séparément parvenir, leur centre de gravité sera alors à la hauteur où se trouvait d'abord le centre de gravité du système au repos.

Huyghens ne donne aucune démonstration de ce principe, qui est, chez lui, entièrement intuitif, ce pourquoi nous lui attribuons la valeur d'une découverte de premier ordre.

Ce principe composé a naturellement disparu de la Science, où il est remplacé par d'autres principes simples : c'est une conséquence toute naturelle du théorème des forces vives, dans l'hypothèse où aucun choc ne se produit entre les parties du système et où, les distances mutuelles de ces parties restant invariables, les travaux des forces intérieures se détruisent deux à deux ; hypothèse qui est évidemment celle de Huyghens, puisqu'il se propose d'appliquer son principe à un corps solide invariable de figure.

Soient z_0 la distance du centre de gravité du corps à un plan horizontal déterminé, au moment où ce corps part du repos ; z_1 la distance de ce centre de gravité au même plan, à l'instant où le corps se sépare en particules ; *m* la masse d'un élément du corps, *v* la vitesse de cet élément au moment où a lieu la désagrégation, *h* la hauteur verticale à laquelle l'élément pourra remonter : On aura d'abord

$$\frac{1}{2}\Sigma mv^2 = (z_0 - z_1)\,Mg,$$

M désignant la masse totale du corps et g l'intensité de la pesanteur; d'un autre côté, on aura aussi

$$\frac{1}{2}v^2 = gh,$$

mais cette dernière formule donne successivement

$$\frac{1}{2}mv^2 = gmh,$$

$$\frac{1}{2}\Sigma mv^2 = g\Sigma mh,$$

et il en résulte

$$g\Sigma mh = (z_0 - z_1)Mg$$

d'où

$$\Sigma mh = M(z_0 - z_1),$$

mais Σmh est précisément le produit de la masse M par la hauteur à laquelle remontera le centre de gravité du système, depuis l'instant de la dislocation jusqu'à celui où toutes les particules seront venues successivement se fixer aux points où elles auront pu séparément remonter; en appelant donc H cette hauteur, on aura

$$MH = M(z_0 - z_1)$$

ou

$$H = z_0 - z_1.$$

Il est extrêmement curieux de remarquer la génération spontanée dans l'entendement humain du principe des forces vives ou du travail, longtemps avant qu'il en puisse être établi des démonstrations quelconques. Nous avions déjà rencontré des énoncés rudimentaires de ce principe dans les œuvres de Galilée, de Descartes et de Torricelli; celui de Huyghens a une bien plus grande importance : il ne se réduit plus à une simple remarque

susceptible de vérification d'après des résultats déjà acquis, il constitue un véritable principe, sur lequel la théorie pourra être édifiée, provisoirement.

Mais, rudimentaires ou non, les éclosions naturelles des idées de ce genre caractérisent les esprits que hante le génie, et les distinguent de ceux que le labeur élève seulement au-dessus de la moyenne.

Quoi qu'il en soit, c'est uniquement à l'aide du principe que nous venons d'énoncer qu'Huyghens fonda la théorie du pendule composé, et la prolongea jusqu'à démontrer la réciprocité des deux axes de suspension et d'oscillation.

Le pendule cycloïdal n'a pas pu être réalisé pratiquement parce que, pour obéir à la théorie, il faudrait que le corps suspendu se réduisît rigoureusement à un point matériel; mais on conçoit que la grandeur et la beauté du problème de la courbe isochrone aient séduit Huyghens et il ne faut pas le regretter, puisque c'est par là qu'il fut amené à constituer la théorie des développées.

Nous nous bornons ici à cet aperçu général des découvertes d'Huyghens en Mécanique, nous réservant de donner plus loin une analyse exacte de ses travaux à cet égard.

Ses découvertes en Optique présentent peut-être un caractère encore plus marqué de grandeur, à cause d'abord de la nouveauté du principe des ondulations, sur lequel elles sont appuyées, mais surtout du degré de certitude dont Huyghens revêt toutes les spéculations relatives à cette Science, jusqu'alors vouée aux hypothèses.

Disons tout d'abord que c'est à Huyghens qu'est due la découverte des lois de la double réfraction, observée par Érasme Bartholin dans le spath d'Islande.

Ce beau titre de gloire de Huyghens s'était perdu parce que, ce grand homme ayant embrassé le parti de Descartes avec trop de chaleur et partagé quelques-unes de ses erreurs, ses contemporains ne prirent pas même connaissance de ses travaux sur l'Optique, qu'ils crurent ne contenir que des applications de la doctrine des tourbillons. Les idées de Newton s'étaient d'ailleurs imposées à tous les esprits avec une force qui ne permettait plus l'examen.

Ce fut Wollaston qui restitua, en 1808, à Huyghens la belle découverte dont nous parlons, après l'avoir soumise à une vérification expérimentale rigoureuse. Malus, peu après, la consacra de nouveau en en refaisant la théorie dans le système de l'émission, auquel, comme on le sait, il resta toujours attaché.

Le *Traité de la lumière* d'Huyghens est fondé sur la théorie des ondes, qu'il a créée sous la forme que lui a conservée Fresnel, et qu'il avait sans doute puisée dans l'observation des mouvements qui se manifestent à la surface de l'eau lorsqu'on la dérange de son équilibre [1].

[1] M. Charles Henry a trouvé dernièrement dans une lettre adressée en 1641 au P. Mersenne par un géomètre lyonnais nommé Pujos, mais qui n'est connu que pour une mauvaise *Quadrature du cercle* publiée en 1641 à Paris et réfutée par Hardy, une mention d'un traité inconnu de Fermat *Sur les cercles qui se décrivent dans l'eau.*

Mais nous nous sommes fait une règle de n'attribuer la découverte des principes qu'aux savants qui ont su en tirer parti. L'hypothèse vague de la propagation de la lumière par ondes se trouve dans les œuvres de Grimaldi, de Hooke, du père Pardies; on en trouverait peut-être quelques vestiges chez Aristote, chez Pythagore et Thalès, chez les Hindous, les Égyptiens, les Assyriens, les Chaldéens, mais nous avons cru devoir nous abstenir toujours de reproduire les renseignements de cette nature.

L'énonciation prématurée, sans aucune preuve à l'appui, d'une idée, d'ailleurs mal conçue, ne constitue pas un bienfait : c'est l'effet d'une démangeaison, d'un prurit maladif.

Huyghens y pose ce principe, qui est resté dans la Science et qui porte son nom, que le mouvement vibratoire transmis de tous les points d'une onde, considérés comme centres d'ébranlements secondaires, ne se fait sentir qu'aux points de contact des ondes secondaires qui en naissent, avec leur enveloppe, qui n'est autre que la nouvelle position de l'onde primaire. Il considère en conséquence le rayon lumineux comme le lieu des points de contact avec l'onde primaire, dans toutes ses positions successives, de la série d'ondes secondaires excitées en tous ces points de contact, chacun d'eux déterminant le suivant.

Les ondes lumineuses doivent être sphériques dans les milieux homogènes, ou planes si le centre du premier ébranlement est à l'infini. Il conclut de ces principes la loi de la réflexion, comme on le fait encore aujourd'hui. Pour rendre compte de la réfraction ordinaire, il établit ce théorème : quand des rayons incidents, parallèles entre eux, tombent sur une surface plane, si l'on conçoit un plan perpendiculaire à la direction des rayons parallèles, et que de chaque point de la surface dirimante, comme centre, on décrive une sphère d'un rayon en rapport convenable avec la distance de ce point au plan de l'onde incidente, toutes ces nouvelles sphères auront pour enveloppe la surface de l'onde réfractée, et les rayons réfractés lui seront normaux. C'est ce même théorème qui constitue encore aujourd'hui la théorie de la réfraction simple.

Enfin, pour rendre compte de la double réfraction, Huyghens observe que la résistance élastique du milieu ne doit pas être constante dans toutes les directions, puisque ce milieu n'est pas homogène; il en conclut d'abord que l'onde excitée par un même ébranlement ne sera plus sphérique, et qu'en conséquence le rayon

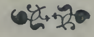
lumineux ne sera plus normal à cette onde; d'un autre côté, la résistance doit être la même dans toutes les directions également inclinées sur l'axe optique du cristal, maximum ou minimum dans la direction de l'axe, minimum ou maximum dans une direction perpendiculaire. Cette analyse aussi profonde qu'ingénieuse conduit Huyghens à ce beau théorème, que, dans le spath d'Islande, l'onde correspondante au rayon réfracté extraordinairement a pour surface un ellipsoïde de révolution. La construction propre à fournir la direction du rayon réfracté résulte de ce théorème.

C'est encore à Huyghens qu'on doit l'observation des premiers phénomènes de polarisation. Il avait remarqué que le faisceau de lumière naturelle qui tombe sur le spath d'Islande se divise toujours en deux faisceaux exactement de même intensité, mais que la loi change si le faisceau incident a déjà traversé un premier cristal d'Islande. Dans le cas où les deux cristaux avaient leurs faces homologues parallèles, le rayon ordinaire n'éprouvait que la réfraction ordinaire, et le rayon extraordinaire restait extraordinaire; si ensuite on faisait faire au second cristal un quart de révolution autour de l'axe commun des deux faces d'incidence parallèles, le rayon ordinaire devenait extraordinaire et le rayon extraordinaire n'éprouvait plus que la réfraction ordinaire. Dans les positions intermédiaires du second cristal, les rayons ordinaire ou extraordinaire, provenant du premier, se partageaient en deux; mais les intensités des deux parties ne restaient pas égales, comme cela avait lieu lorsque la lumière incidente était naturelle. Ces belles expériences de Huyghens restèrent, comme nous l'avons déjà dit, stériles et presque ignorées jusqu'au commencement de ce siècle.

Nous rendrons compte plus loin des belles théories optiques de Huyghens.

Progrès de l'Algèbre.

Hudde met la dernière main à la théorie des racines égales, ébauchée par Descartes. Huyghens donne, sous la forme moderne, la règle pour trouver les maximums ou minimums d'une fonction entière et du quotient de deux polynomes. James Gregory obtient les développements en séries des principales fonctions circulaires, directes et inverses.



Progrès de la Géométrie.

Barrow donne une nouvelle méthode pour les tangentes. Huyghens constitue la théorie des développées et donne, sinon l'expression du rayon de courbure d'une courbe en un de ses points, du moins la marche à suivre pour le calculer.

Cette théorie des développées et la méthode de Barrow pour les tangentes mènent pour ainsi dire tout droit à l'invention du calcul infinitésimal.



Progrès de l'Astronomie.

Huyghens reconnaît la forme véritable de l'appendice qu'on a, depuis lui, appelé l'anneau de Saturne et découvre l'un des satellites de cette planète; il propose l'emploi des montres, aux-

quelles il venait d'adapter le ressort spiral, pour en régulariser le mouvement, à la détermination des longitudes et fournit enfin aux astronomes un appareil sûr pour la division et la mesure du temps; il imagine, en même temps qu'Auzout, le micromètre des lunettes astronomiques.

Richer constate la diminution de la longueur du pendule à secondes à mesure qu'on s'éloigne des pôles et Huyghens conclut du fait l'aplatissement de la Terre.



Progrès de la Mécanique.

Huyghens démontre que le mouvement d'un point matériel soumis, à partir du repos, à l'action d'une force constante de grandeur et de direction est rectiligne et uniformément accéléré; il établit l'isochronisme des oscillations du pendule cycloïdal et fonde la théorie mathématique du pendule composé. Il détermine la force centrifuge dans le mouvement circulaire.

Lahire détermine géométriquement les profils des dents des engrenages cylindriques et la théorie des épicycloïdes prend naissance. (Les recherches de Desargues sur ce sujet paraissent lui avoir été inconnues.)



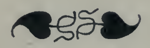
Progrès de la Physique.

Huyghens établit les lois de la double réfraction dans les cristaux à un axe et constate le phénomène de la polarisation de la lumière. Il donne une explication des halos.

James Grégory invente le télescope à réflexion.

Progrès de la Chimie.

Kunckel découvre le phosphore.



Progrès de la Physiologie.

Sténon et Graaf découvrent les ovules chez les femelles des mammifères.





BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA DIXIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

HUYGHENS VAN ZUYLICHEM (CHRISTIAN).

(Né à la Haye en 1629, mort dans la même ville en 1695.) (¹)

Il se fit remarquer dès l'âge de dix-sept ans par Descartes, qui dit de lui dans une de ses lettres : « Il y a quelque temps que le professeur Schooten (sous lequel Huyghens étudiait à l'Université de Bréda) m'envoya un écrit du second fils de M. de Zuylichem, touchant une invention de Mathématiques qu'il avait cherchée, et, encore qu'il n'y eût pas trouvé tout à fait son compte, il s'y était pris de tel biais que cela m'assure qu'il deviendra excellent dans cette Science. » (²)

(¹) Nous écrivons Huyghens suivant la vieille orthographe française, qui, sans doute, reproduisait la prononciation. Les allemands préfèrent Huygens, mais sans doute ils prononcent Huygens comme nous prononçons Huyghens. La variante a d'autant moins d'importance que la véritable orthographe serait Hugens, car c'est ainsi que l'illustre géomètre-physicien signe toutes les lettres qu'on a de lui. Au reste, Poggendorff, qui fait autorité en Allemagne, écrit Huyghens.

(²) M. Charles Henry a retrouvé cet écrit de jeunesse de Huyghens et l'a

Son père, Constantin Huyghens, seigneur de Zuylichem, conseiller secrétaire des princes d'Orange, était un littérateur distingué, et n'était pas étranger aux Sciences.

Huyghens débuta en 1651 par un *Traité sur la quadrature de l'hyperbole, de l'ellipse et du cercle,* où il relevait les erreurs commises par Grégoire de Saint-Vincent et ajoutait aux découvertes de ce géomètre, touchant les rapprochements à faire entre les deux genres de coniques. Il revint trois ans après sur le même sujet dans un opuscule intitulé : *De circuli magnitudine inventa nova* (Nouvelles recherches sur la grandeur du Cercle).

C'est vers la même année 1654 qu'il imagina sa théorie des développées; la méthode pour ramener le problème de la rectification d'une courbe à celui de la quadrature d'une autre courbe; la méthode générale des tangentes aux courbes algébriques; enfin les premiers principes de sa *Dioptrique.* Mais ces découvertes ne furent publiées que plus tard.

Il découvrit en 1655 le premier satellite de Saturne, à l'aide d'une lunette de dix pieds qu'il avait construite lui-même; il se réserva sa découverte par la publication d'une anagramme de la phrase suivante : *Saturno luna sua circumducitur diebus sexdecim, horis quatuor.* C'est-à-dire : la lune de Saturne tourne autour de lui en seize jours et quatre heures. Ce satellite est celui qu'on nomme aujourd'hui le sixième. Les autres ne furent découverts que postérieurement. Huyghens corrigea quelques années après la durée de la révolution de ce satellite et la fixa à $15^j\ 22^h\ 39^m$.

publié dans son travail intitulé : *Huygens et Roberval* (Leyde, 1879). Il s'agissait de la loi suivant laquelle l'espace parcouru par un corps tombant sous l'influence de la pesanteur varie avec le temps.

Il reconnut vers la même année 1655 la vraie figure du corps que nous nommons l'anneau de Saturne et qui avait fait le désespoir de Galilée à cause de la variabilité de sa forme apparente. Il prit également date de cette découverte, en 1656, par la publication d'une anagramme de la phrase : *Saturnus cingitur annulo tenui, plano, nusquam coherente, et ad eclipticam inclinato.* C'est-à-dire : Saturne est entouré d'un anneau mince, plan, n'adhérant par aucun point et incliné sur l'écliptique.

Il composa en 1656, sous le titre *De ratiociniis in ludo aleæ,* le premier traité régulier que l'on ait sur les probabilités. Cet opuscule parut dans les *Exercitationes mathematicæ* de Schooten.

Il commença vers la même époque ses recherches mécaniques sur l'application, comme régulateur, du pendule aux horloges (1). Sa *Description de l'horloge à pendule*, dédiée aux États de Hollande, est de 1657. On s'était, depuis Galilée, servi du pendule pour diviser le temps en parties égales, mais il fallait, pour cela, compter les oscillations une à une. D'un autre côté, les horloges à roues et à poids étaient en usage depuis longtemps, mais la régularité de leur marche n'était assurée par rien. Huyghens résolut entièrement le problème de la mesure du temps en appliquant le pendule aux horloges, pour régulariser le mouvement des roues, mises en mouvement par le poids moteur, et en restituant à chaque instant à ce pendule sa force vive, au moyen de la pression exercée sur lui par les dents de la roue d'échappement, de façon à entretenir le mouvement oscillatoire aussi

(1) Une lettre de lui, que M. Charles Henry a publiée pour la première fois dans son travail intitulé : *Huygens et Roberval*, montre que c'est en décembre 1656 qu'il réalisa le premier modèle de ses horloges.

longtemps que le poids moteur pourrait descendre. Le livre dont nous parlons n'est qu'un traité particulier de Mécanique pratique; il fut bientôt suivi d'une *Brevis institutio de usu horologium ad inveniendas longitudines*, c'est-à-dire : courte instruction sur l'usage des horloges pour la détermination des longitudes, problème dont s'était auparavant préoccupé Galilée et dont la solution était vivement désirée par toutes les nations maritimes.

Il résulte de deux lettres que M. Charles Henry a publiées dans son travail *Huygens et Roberval*, pages 27 et 29, que dès le commencement de 1660, Huyghens était parvenu à assurer l'isochronisme des oscillations du pendule, en l'obligeant à décrire une cycloïde, et s'était préoccupé de corriger les erreurs diurnes de l'horloge.

Il publia en 1659 son *Système de Saturne*, qui contient la première description exacte de l'anneau de cette planète. Il s'était servi pour ses observations d'une lunette de vingt-quatre pieds. grossissant cent fois. Il constata le premier que l'anneau entoure Saturne de toutes parts, sans aucune adhérence, détermina l'inclinaison de son plan sur celui de l'orbite de la planète, expliqua les différentes phases qu'il nous présente et en assigna la période. Il est encore revenu plus tard sur ces recherches, dans différents mémoires.

Huyghens visita la France et l'Angleterre en 1660. Il fut nommé membre de la Société Royale de Londres en 1663. De retour en Hollande, il s'occupa de résoudre la question du choc des corps, que venait de proposer la Société Royale de Londres (1668), et envoya peu après un mémoire à ce sujet. Ce mémoire ne parvint à la Société Royale que postérieurement à ceux de

Wallis et de Wren; mais tous trois furent également approuvés et tous trois en effet méritaient de l'être.

Le cas que Huyghens avait considéré était celui de corps parfaitement élastiques. Il envoya peu après un nouveau Mémoire sur le même sujet, dans lequel il établit que la somme des forces vives des deux corps reste la même avant et après le choc. Il est revenu plus tard sur la même question dans un Mémoire intitulé: *De motu corporum ex percussione,* qui parut en 1703 dans ses œuvres posthumes.

Colbert l'appela en France en 1665, lui fit donner un emploi et un logement à la Bibliothèque du Louvre et le comprit l'année suivante dans la première liste des membres de l'*Académie des Sciences.* C'est pendant son séjour en France que Huyghens publia son principal ouvrage, l'*Horologium oscillatorium, sive de motu pendulorum ad horologia aptato,* dédié à Louis XIV, à la date du 25 mars 1673.

Un recueil intitulé *Machinæ quædam et varia circa Mechanicam* est de la même époque. Huyghens y décrit son ressort spiral pour remplacer le pendule dans les montres, un niveau à lunette, un nouveau baromètre, etc.

La première montre à spiral fut construite à Paris, sur ses indications, par un horloger du nom de Thuret, en 1674.

Huyghens quitta la France en 1681, au moment où commencèrent les persécutions contre les protestants. La révocation de l'Édit de Nantes, en 1685, acheva de rompre toutes ses relations avec notre patrie. Il fut tellement outré de cette odieuse mesure qu'il cessa même toutes relations avec ses anciens confrères de l'Académie des Sciences, pour ne plus correspondre qu'avec la Société Royale de Londres, à laquelle il fit plus tard présent de

ses deux grandes lunettes, construites de ses mains mêmes. Il n'envoya même pas à Paris les *Mémoires* qu'il fit insérer dans les *Transactions philosophiques*.

Il donna en 1682 la description de son *Planétaire*, pour la construction duquel il se servait de la propriété fondamentale des fractions continues, dans le but de réduire à des nombres simples les rapports compliqués de vitesses à établir entre des roues qui devaient engrener.

Il s'occupa beaucoup, avec son frère, de 1681 à 1687, de la fabrication des verres de télescopes et la perfectionna considérablement. Leurs objectifs dépassèrent en grandeur et en perfection tout ce qui s'était fait jusque-là et ils construisirent des télescopes de plus de deux cents pieds, que les télescopes à réflexion firent, il est vrai, oublier peu de temps après.

Il visita de nouveau l'Angleterre en 1689 pour y voir Newton, dont les *Principes de la philosophie naturelle* venaient de paraître.

Il publia à son retour le *Traité sur la lumière*, où est expliquée la double réfraction du spath d'Islande, et le *Discours sur la cause de la pesanteur*, qui a trait à l'aplatissement de la Terre.

Il fut frappé en 1695 d'une attaque d'apoplexie, dont il mourut peu de temps après, sans avoir recouvré ses facultés. Il laissait deux ouvrages importants, son *Cosmotheôros* ou *Spectateur du Monde* et sa *Dioptrique*, qui parurent après sa mort.

Le *Cosmotheôros*, dont Huyghens avait expressément recommandé la publication à son frère, n'est cependant qu'une rêverie sur les habitants de la Lune et des différentes planètes, rêverie qui a peut-être inspiré à Fontenelle son *Discours sur la plura-*

lité des Mondes. Huyghens y rejette l'attraction réciproque de Newton comme une qualité occulte et préfère l'hypothèse des tourbillons de Descartes, commentée par lui. Mais comme le fait judicieusement observer Delambre, « ses découvertes l'ont placé au premier rang parmi les Astronomes et les Géomètres, et c'est par ce qu'il a trouvé et non par ce qui a pu échapper à son génie et à sa sagacité qu'il convient de le juger. »

Il donne dans sa *Dioptrique* des procédés pour la détermination des coefficients de réfraction et traite de la construction des lunettes, de la manière d'observer les éclipses de Soleil, etc.

On a encore d'Huyghens différents opuscules sur l'art de tailler et de polir les verres, sur la théorie des halos, dont il donna le premier une explication, du reste imparfaite, sur une manière nouvelle de calculer le tempérament, pour la transposition des morceaux de musique, etc.

Il ne contribua pas au progrès des Sciences seulement par la publication des ouvrages que nous venons de mentionner; il prenait part à presque tous les défis que se portaient les uns aux autres les géomètres de son temps et réussissait généralement à résoudre toutes les questions posées. C'est ainsi qu'il résolut, encore très jeune, presque toutes les questions proposées par Pascal sur la cycloïde et, plus tard, un grand nombre des problèmes proposés par Leibniz et les Bernouilli, notamment ceux de la chaînette et de la courbe aux approches égales, bien qu'il eût tous les désavantages, relativement à ces derniers, n'ayant pas été initié à la méthode infinitésimale. Il suivit en effet toujours de préférence les méthodes des anciens; aussi Newton, qui partageait son admiration pour l'antiquité, ne l'appelait-il que *Summus Hugenius;* « il le tenait pour l'écrivain le plus éloquent qu'il

y eût parmi les mathématiciens modernes et pour le plus excellent imitateur des Grecs. »

Ses œuvres ont été réunies et publiées après sa mort par S'Gravesande, professeur de Physique et de Mathématiques à Leyde, sous le titre *Christiani Hugenii Zulchemii, dum viveret Zeleni torparchæ, Opera varia* (Leyde, 1724). Cette édition a été complétée par divers écrits réunis sous le titre *Opera reliqua* (Amsterdam, 1728).

Nous allons rendre compte de ses principaux ouvrages, en commençant par les moindres.

Le *Discours sur la nature de la gravité*, quoiqu'on y retrouve les idées cartésiennes des tourbillons, offre des points intéressants. On avait déjà remarqué qu'à l'équateur le pendule battait plus lentement; Huyghens expliqua le fait par la force centrifuge qui naît du mouvement de la Terre. Il calcula même que si ce mouvement était dix-sept fois plus rapide, la force centrifuge ferait équilibre à la pesanteur. Allant encore plus avant, il arriva à penser que la verticale n'est pas dirigée vers le centre de notre globe. « Je vais, dit-il, en donner une raison qui paraîtra paradoxale. La Terre n'est pas sphérique, ses méridiens ont la figure d'une ellipse aplatie aux pôles. La surface des mers forme une figure sphéroïdique. Il est à croire qu'elle a pris cette figure lorsque ses parties ont été réunies par la force de la gravité; car elle avait dès lors son mouvement circulaire en vingt-quatre heures. »

Il trouvait par le calcul, pour le rapport du rayon équatorial au rayon polaire, $\frac{578}{577}$.

Quoique élevé dans les idées cartésiennes et un peu dominé par elles dans toutes ses visées cosmiques, Huyghens ne laissa

pas de rendre pleine justice à Newton, dès qu'il put apprécier ses ouvrages. Mais il était alors trop avancé en âge et trop fatigué par le travail pour se retourner brusquement. « L'importance, dit Delambre, des concessions qu'il fait à Newton prouve que son âme était au-dessus des petitesses de la jalousie, et, malgré les subtilités qu'il lui oppose, son commentaire sur une philosophie si nouvelle est un des hommages les plus glorieux qu'ait reçus le géomètre anglais. »

Ce discours a été inséré en 1693 dans le premier volume qu'ait publié l'Académie des Sciences. Ce volume est un recueil de mémoires de Roberval, d'Huyghens, de Picard, d'Auzout, de Frenicle, de Mariotte et de Rœmer.

Demonstratio regulæ de maximis et minimis et *Regula ad inveniendas tangentes linearum curvarum.* Ces deux mémoires font partie du même recueil.

« Fermat, dit Huyghens, a le premier que je sache, donné une règle certaine pour trouver les maximums et minimums géométriques : comme j'en obtenais de lui l'explication qu'il n'avait pas publiée, je trouvai en même temps qu'elle pouvait être réduite à une admirable brièveté. Voici comment j'ai arrangé cette règle de Fermat :

« Chaque fois que l'on propose de trouver sur une ligne un point qui satisfasse à une condition de minimum ou de maximum, il est certain que, de part et d'autre de ce point, il s'en trouve, par couples, d'autres relativement auxquels la chose considérée a des valeurs égales, plus grandes ou plus petites que le minimum ou que le maximum; je prends donc un des deux points à volonté, en me donnant un élément x propre à en déterminer la position; l'autre est déterminé par $x+e$, j'exprime la chose, pour chacun

des deux points, j'égale les deux valeurs, j'enlève les parties communes, qui sont celles qui ne contiennent pas e, je divise tous les termes restants par e et je fais e nul (*infinite parvam*); l'équation qui reste donne la valeur de x qui correspond au point pour lequel il y a maximum ou minimum. »

Jusqu'ici la méthode est celle même de Fermat, mais Huyghens remarque que si l'expression qu'il faut rendre maximum ou minimum est entière, tout se réduit à multiplier chaque terme par l'exposant de x dans ce terme, à diminuer l'exposant d'une unité et à annuler l'ensemble des termes obtenus; il étend ensuite la règle au cas où l'expression considérée est fractionnaire, ce qui constitue un progrès important : soit

$$\frac{P}{Q}$$

la fraction proposée; si x augmente de e, cette fraction devient

$$\frac{P+pe}{Q+qe},$$

il faut donc poser

$$\frac{P}{Q}=\frac{P+pe}{Q+qe},$$

d'où

$$Pq=Qp;$$

il ne reste qu'à réduire p et q aux termes qui ne contiennent plus e, ce qui se fera, conformément à la règle précédente, en opérant sur P pour avoir le résidu de p et sur Q pour avoir le résidu de q.

Voici maintenant la règle pour trouver les tangentes aux

lignes courbes. Huyghens les détermine par les sous-tangentes et voici textuellement ce qu'il dit :

« Tous les termes de l'équation donnée étant transportés dans un même membre, que ceux où se trouve y soient multipliés respectivement par leurs degrés en y; ensuite que, semblablement, tous les termes qui contiennent x soient respectivement multipliés par leurs degrés en x et que le facteur x en soit enlevé; si l'on divise le premier résultat par le second, on aura la sous-tangente. Si le dividende et le diviseur sont de même signe, la longueur trouvée devra être portée à gauche du pied de l'appliquée, dans le cas contraire elle devra être portée à droite. »

Au reste, il vaut mieux rapporter le texte lui-même dont certaines expressions caractéristiques sont très intéressantes à connaître, au point de vue historique.

« *Translatis terminis omnibus æquationis datæ ad unam æquationis partem, qui proinde æquales fiunt nihilo, multiplicentur primò termini singuli, in quibus reperitur y, per numerum dimensionum quas in ipsis habet y, atque ea erit quantitas dividenda. Deinde similiter termini singuli in quibus x, multiplicentur per numerum dimensiomum quas in ipsis habet x, et e singulis unum x tollatur; atque hæc quantitas pro divisore erit subscribenda quantitati dividendæ jam inventæ. Quo facto habebitur quantitas æqualis r sive* FE (c'est la sous-tangente) *signa autem + et — eadem ubique retinenda sunt; atque etiam si forte quantitas divisoris, vel dividenda, vel utraque minor nihilo sive negata sit, tamen tanquam adfirmatæ sunt considerandæ : hoc tantum observando, ut cum altera adfirmata est, altera negata, tunc* FE *sumatur versus punctum* A (il est à

gauche du pied de l'ordonnée), *cum vero utraque vel affirmata est vel negata, ut tunc sumatur* FE *in partem contrariam.* »

On voit que cette règle, traduite en langage moderne, donne pour la valeur de la sous-tangente, comptée du côté des x négatifs, à partir du pied de l'ordonnée, la valeur

$$y\frac{f'_y}{f'_x},$$

$f(x,y)=0$ représentant l'équation de la courbe, supposée entière.

Aux points où l'ordonnée est maximum ou minimum la sous-tangente est infinie, ces points sont donc déterminés par la condition

$$f'_x=0.$$

Hudde était arrivé auparavant à quelque chose d'analogue, mais d'une façon bien plus compliquée : il ordonnait l'équation

$$f(x,y)=0,$$

par rapport aux puissances décroissantes de x, et en multipliait respectivement les termes par des nombres entiers en progression arithmétique décroissante, ce qui revenait au même, puisqu'on pouvait retrancher du résultat le produit de $f(x,y)$ par le terme de la progression par lequel on avait multiplié le terme indépendant de x.

Nous avons dit comment Hudde était parvenu à cette règle singulière.

De Sluse compléta la remarque de Huyghens en l'étendant à

la formation du numérateur et du dénominateur du coefficient angulaire de la tangente.

C'est ainsi que la notion des polynomes qu'on a depuis appelés dérivés prit naissance avant l'invention du calcul infinitésimal.



L'*Horologium oscillatorium* est le premier grand travail où la dynamique des systèmes prenne un corps; jusqu'à Huyghens, les mobiles dont on avait étudié le mouvement avaient toujours été supposés sans dimensions, les forces qui les sollicitaient étant dirigées vers leurs centres de gravité.

Le premier Chapitre de ce mémorable Ouvrage contient la description de l'horloge à pendule. Dans le second, *De descensu gravium et motu eorum in Cycloide*, Huyghens reproduit la théorie du mouvement des graves de Galilée, mais en l'améliorant considérablement, et établit le tautochronisme du mouvement cycloïdal. Dans le troisième, *de evolutione et dimensione linearum curvarum*, est introduite pour la première fois la notion des développées. Dans le quatrième Chapitre intitulé *De centro oscillationis*, Huyghens détermine le *centre d'oscillation* d'un pendule composé, ou la longueur du pendule simple isochrone.

Enfin le cinquième Chapitre contient la théorie de la force centrifuge dans le mouvement circulaire.

Nous allons donner une analyse étendue de ce mémorable Ouvrage.

Le titre complet est *Horologium oscillatorium, sive de Motu*

pendulorum ad Horologia aptato demonstrationes Geometricæ. Il a été publié à Paris en 1673.

La préface est intéressante à quelques égards; en voici des extraits abrégés et traduits librement :

« Il y a seize ans que nous avons rendu publique la construction des horloges, récemment inventées par nous. Depuis ce temps nous y avons apporté beaucoup de perfectionnements que ce livre est destiné à faire connaître; le principal consiste dans un moyen de suspension du pendule simple qui assure l'égalité des durées de ses oscillations, égalité qui ne se trouvait pas naturellement (*naturâ non inerat*) dans le pendule circulaire; c'est une propriété de la cycloïde qui nous en a donné les moyens. Cette propriété nous était apparue peu après la première édition de notre *horloge* et nous l'avions communiquée à quelques amis. Nous en donnons aujourd'hui la démonstration, qui formera la principale partie de ce livre. Mais il sera nécessaire de reprendre, pour l'asseoir sur des preuves plus certaines, la théorie de la chute des graves de l'illustre Galilée, théorie dont la propriété que nous avons trouvée dans la cycloïde forme en quelque sorte le point culminant (*apex veluti summus*).

« Mais pour appliquer cette propriété à la construction du pendule, il nous a fallu aborder de nouvelles recherches, concernant les courbes qui se produisent par évolution (les développantes), théorie d'où naît le moyen d'obtenir les longueurs des courbes considérées comme évoluées (comme des développées).

« D'un autre côté, pour expliquer la nature du pendule composé, il a fallu considérer les centres d'oscillation, dont la détermination avait été vainement essayée par plusieurs géomètres, mais moins heureusement; on trouvera là des théorèmes relatifs aux

lignes, aux surfaces et aux volumes qui, si je ne me trompe, paraîtront dignes d'attention.

« Après le succès de notre invention, il arriva, suivant l'usage, et comme je l'avais prévu, que plusieurs voulurent en avoir l'honneur, ou, sinon eux, du moins leur nation, et je pense qu'il convient de faire obstacle à leurs injustes efforts. Mais, comme je pense qu'il ne viendra à l'esprit de personne de porter la discussion sur ce qui concerne l'emploi de la cycloïde, il suffira de leur opposer simplement ceci que, puisque avant la description que j'ai publiée il y a seize ans de l'horloge, personne n'en avait fait mention ni par parole, ni par écrit, c'est donc par mes propres méditations que je l'ai découverte et perfectionnée. Les faits étant connus de tout le monde, il est facile de voir ce qu'il faut penser de ceux qui, ne pouvant produire le témoignage d'aucun savant, ni aucun acte des universités bataves, ont écrit, sept ans après qu'elle avait été publiée, qu'eux ou leurs amis étaient les promoteurs de la construction de l'horloge. Quant à ceux qui, voulant l'attribuer à Galilée, disent qu'il l'aurait tentée, mais n'y aurait pas réussi, il me semble qu'ils lui font plus de tort qu'à moi-mème; il est vrai que d'autres prétendent que des horloges auraient été construites par Galilée ou par son fils, mais je me demande comment ils peuvent espérer faire croire qu'une invention si utile ait pu rester ignorée durant huit années, jusqu'à ce que je la publiasse ; et s'ils prétendent qu'on l'ait exprès tenue cachée, comment ne comprennent-ils pas que celui qui l'a trouvée ait pu s'en attribuer la découverte? je devais dire cela pour ma défense. »

Nunc ad ipsius automati constructionem pergamus: Arrivons maintenant à la construction de l'automate lui-même.

PREMIÈRE PARTIE.

Description de l'horloge à pendule.

On vient de voir qu'Huyghens attachait un grand prix à la construction de son horloge, et, sans doute, à tous les détails d'exécution, qui, en effet, dénotent beaucoup d'habileté. Mais on nous excusera sans doute de ne pas le suivre dans la description d'un appareil bien suranné aujourd'hui, et dont l'invention nous paraît constituer pour l'auteur un titre de gloire bien inférieur à tous les autres. Nous nous bornerons à dire que Huyghens, le premier, conçut et réalisa l'idée du mécanisme par lequel le mouvement entretenu par un poids ou un ressort, est régularisé par l'intermédiaire d'un pendule, tandis que celui-ci reçoit du moteur, à chaque échappement, une petite quantité de force vive, destinée à compenser la perte de vitesse causée par la résistance de l'air et le frottement.

DEUXIÈME PARTIE.

De la chute des graves et de leur mouvement sur la cycloïde.

Le principe de l'indépendance des effets, dont on a coutume d'attribuer la formulation à Galilée, n'a, je crois, été énoncé d'abord que par Huyghens. Du reste, il ne s'agit pas encore, bien entendu, de l'indépendance des effets de deux forces, mais seulement de celui de la pesanteur, sur un mobile déjà animé d'un mouvement uniforme.

Voici comment Huyghens énonce le principe :

« *Horum* (*motuum*) *utrumque seorsim considerari posse, neque alterum ab altero impediri.* » C'est-à-dire : « Chacun de ces mouvements peut être considéré isolément, et l'un n'est pas

gêné par l'autre. » Cela ne constitue pas une nouveauté, puisque c'était bien là l'idée de Galilée, mais Huyghens applique immédiatement le principe au cas d'un mobile animé d'abord d'une vitesse ayant une direction quelconque, tandis que Galilée n'avait examiné que le cas où cette vitesse serait horizontale. Il est vrai que cela n'a pas une grande importance.

Où Huyghens réalise un véritable progrès, c'est lorsqu'il démontre (proposition I) que le mouvement d'un corps tombant sous l'influence de la pesanteur est uniformément accéléré, tandis que Galilée admettait, comme étant la plus simple, l'hypothèse que la vitesse de ce corps devait croître proportionnellement au temps. La démonstration d'Huyghens est du reste celle que nous donnons encore aujourd'hui, et qui est fondée précisément sur le principe de l'indépendance de l'effet d'une force constante de grandeur et de direction et du mouvement déjà communiqué au mobile par l'action antérieure de cette force; de sorte que, quoiqu'il n'en dise rien, on serait fondé à croire que déjà Huyghens considère la pesanteur comme une force appliquée à chaque corps et de même nature que toute autre force, au lieu d'une cause occulte, ou d'une entité métaphysique.

La *Proposition II*, que l'espace parcouru par un mobile tombant à partir du repos est égal à celui qu'il aurait parcouru dans le même temps, avec une vitesse constante égale à la moitié de celle qu'il a effectivement acquise dans son mouvement accéléré, cette proposition est prise dans Galilée.

Mais dans la *Proposition III*, que les espaces parcourus par un même corps tombant à partir du repos sont entre eux comme les quarrés des temps, Huyghens ajoute : ou bien comme les

quarrés des vitesses acquises au bout de ces temps. Cette addition, qui n'a l'air de rien, acquerra une grande importance, parce que la vitesse d'un mobile se liant à la hauteur à laquelle il pourrait remonter, sur une courbe raccordée avec sa trajectoire, il est important d'attirer l'attention sur elle.

La *Proposition IV* est nouvelle et a une grande importance au même point de vue. Elle consiste en ce qu'un corps animé d'une vitesse verticale dirigée de bas en haut, perd au bout d'un temps quelconque la quantité (*momentum*) de vitesse qu'il aurait acquise durant ce temps, en tombant à partir du repos. Galilée n'ayant considéré que la composition du mouvement des graves avec un mouvement horizontal ne pouvait être conduit à cette proposition d'où Huyghens conclura plus tard qu'un corps pesant qui parcourt une courbe quelconque reprend toujours la même vitesse lorsqu'il repasse à la même hauteur.

Nous avons vu que Galilée avait cru pouvoir admettre, sans démonstration, que des corps qui tombent le long de plans de même hauteur, acquièrent des vitesses égales, au bas de ces plans. Cette proposition devait avoir trop d'importance dans la théorie d'Huyghens, pour qu'il ne cherchât pas à l'établir solidement; mais il ne se sert pas encore du théorème de Stevin pour y parvenir, ce qui prouve que ce théorème n'avait pas encore fait fortune, car Huyghens ne pouvait certainement pas en ignorer la démonstration. (Nous verrons plus loin qu'il en a donné une autre, mais sans doute postérieurement à l'impression de l'*Horologium*.)

Après avoir repris la démonstration de la proposition II, énoncée maintenant en ces termes, que l'espace parcouru par un corps tombant à partir du repos est la moitié de celui qu'il

parcourrait, d'un mouvement uniforme, avec une vitesse égale à celle qu'il a acquise dans son mouvement accéléré, Huyghens ajoute : de là il ne sera pas difficile de conclure la proposition suivante, que Galilée demandait qu'on lui concédât comme en quelque sorte évidente par elle-même, dont il s'est si bien, il est vrai, efforcé d'apporter ensuite une démonstration, insérée effectivement dans une édition postérieure de ses œuvres, mais qu'à mon sens il n'a pas établie d'une manière certaine, savoir : que les vitesses acquises par des graves descendant le long de plans de même hauteur, sont égales.

Voici la démonstration que propose Huyghens : deux plans de même hauteur étant appliqués à côté l'un de l'autre de manière que les bases horizontales coïncident, si un corps tombant le long de l'un pouvait acquérir une vitesse plus grande qu'en tombant le long de l'autre, on pourrait lui faire acquérir sur le premier une vitesse égale à celle qu'il acquiert sur le second, en le faisant tomber d'un point moins élevé que le sommet; mais, animé alors de la vitesse qu'il aurait acquise en tombant le long du second plan, de toute sa hauteur, il pourrait remonter jusqu'au sommet de ce second plan, c'est-à-dire plus haut que son point de départ, ce qui est absurde.

On est tout étonné de voir ainsi le principe des forces vives intervenir en Dynamique avant le théorème relatif à la composition et à la décomposition des forces.

Proposition VII.

Les temps de la descente le long de plans de même hauteur, mais diversement inclinés, sont entre eux comme les longueurs de ces plans.

Proposition VIII.

Si un mobile descend le long d'une série de plans inclinés, contigus, la vitesse qu'il acquiert définitivement est égale à celle qu'il eût acquise en tombant librement de la même hauteur.

Proposition IX.

Si un mobile, qui a acquis une certaine vitesse dans sa chute, remonte le long de plans contigus, inclinés d'une manière quelconque, il parviendra à la même hauteur d'où il est primitivement tombé.

Proposition X.

Si un mobile descend et monte alternativement le long d'une superficie quelconque, il reprendra toujours la même vitesse, soit en montant, soit en descendant, en des points situés à la même hauteur.

Proposition XI.

Si un mobile qui a suivi une courbe en descendant, parcourt, en remontant, une courbe symétrique de la première, ses passages par des points homologues seront séparés par des temps égaux.

Toutes ces propositions se déduisent immédiatement du postulatum de Galilée ou du théorème plus général d'Huyghens, que la vitesse gagnée ou perdue par un mobile descendant ou remontant des plans inclinés de même hauteur est toujours la même.

Ici commence la théorie de la descente le long d'une cycloïde verticale. Les *Propositions XII* et *XIII* sont des lemmes, la *Proposition XIV* est une conséquence immédiate de la définition de la cycloïde, et la *Proposition XV* a pour objet la construction

de la tangente à cette courbe. Après avoir établi la règle pour la construction de cette tangente, Huyghens dit : « J'ai hésité à laisser ici cette démonstration, parce qu'elle diffère peu de celle qu'a donnée Wren, et que je trouve dans le livre sur la cycloïde de Wallis ; mais, depuis, j'ai résolu la question par une autre méthode qui ne convient pas seulement à la cycloïde, mais à toutes les courbes engendrées par la circumvolution d'une figure quelconque » ; et il démontre que la normale à une courbe engendrée par le mouvement d'un point lié à une autre qui roule sur une droite est constamment dirigée vers le point de contact de la courbe roulante avec la droite sur laquelle elle roule. Mais Descartes avait, longtemps auparavant, donné du fait une raison très suffisante.

Les *Propositions XVI, XVII, XVIII, XIX* et *XX* sont des lemmes utiles pour l'intelligence des démonstrations des théorèmes suivants, mais dont les énoncés peuvent être omis ici sans inconvénient.

Proposition XXI.

Si un mobile descend successivement le long de deux séries de plans contigus en même nombre et ayant, ceux de même rang, même hauteur, mais des inclinaisons plus grandes dans l'une des séries que dans l'autre, le temps de la descente le long des plans qui font de plus grands angles avec l'horizon, est le plus court des deux.

Proposition XXII.

Si sur une cycloïde contenue dans un plan vertical, ayant sa base horizontale et tournant sa concavité vers le haut, on prend deux arcs de même hauteur, le temps de la descente le long de

l'arc le plus éloigné du sommet sera le plus court (parce que les éléments de cet arc feront des angles plus grands avec l'horizon que les éléments de l'autre).

Les *Propositions XIII*, *XIV* et *XV* ont pour objet de démontrer le tautochronisme de la cycloïde. Mais nous n'entrerons pas dans le détail des démonstrations, parce qu'elles ne reposent plus, outre les principes de Dynamique précédemment établis, que sur des considérations de Géométrie pure. Nous nous bornons à l'énoncé de la dernière proposition : les temps que mettrait un mobile abandonné en différents points de la cycloïde, pour parvenir au point le plus bas, sont égaux entre eux et ils ont avec celui de la chute verticale le long d'un diamètre du cercle générateur, une raison égale à celle de la demi-circonférence au diamètre.

On voit que, même dans cette conclusion finale, Huyghens n'introduit pas encore l'accélération du mouvement d'un corps tombant sous l'influence de la pesanteur.

TROISIÈME PARTIE.

De l'évolution des courbes et de leur mesure.

Huyghens appelle *evoluta* la courbe que nous appelons développée et *ex evolutione descripta* celle que nous nommons développante. La question principale dont il entrevoit la solution est celle de la rectification des courbes, au moyen de leurs développantes : d'après la définition même de la développante, engendrée par le développement d'un fil enroulé sur la développée, la longueur d'un arc quelconque de la développée est la différence des longueurs des tangentes menées aux deux extrémités de cet arc

et terminées à la développante; mais la recherche directe de la développante d'une courbe donnée, au moyen de sa définition mécanique, serait impossible; c'est pourquoi Huyghens commence par démontrer que les tangentes à la développée viennent toutes couper la développante à angle droit.

Réciproquement la développée d'une courbe est tangente à toutes les normales à cette courbe.

Au reste, les deux recherches d'une développante et d'une développée sont connexes, en ce sens qu'en résolvant une question de l'un des genres, on en résout en même temps une de l'autre. Aussi Huyghens se propose-t-il tantôt de passer de la développante à la développée et tantôt de la développée à la développante, mais le premier problème est déterminé, tandis que le second ne l'est pas.

Il commence par faire voir que la développée d'une cycloïde se compose des deux moitiés d'une cycloïde égale, placées comme on le sait assez; il en conclut immédiatement que la longueur d'une cycloïde est octuple du rayon du cercle générateur.

Il cherche ensuite la développée de la parabole et trouve que c'est une *courbe paraboloïde* telle que le cube de son abscisse, comptée de son sommet, est égal à un solide ayant pour base le carré construit sur son ordonnée (ordinatim applicata) et sur une certaine droite déterminée; puis il se propose la question inverse : rectifier la courbe paraboloïde, notre parabole cubique.

Il obtient ensuite les quadratures de quelques portions de surfaces du second degré; il détermine les développées de l'ellipse et de l'hyperbole; enfin il se propose le problème général.

Datâ lineâ curvâ, invenire aliam cujus evolutione illa describatur; et ostendere quod ex unaquaque curva geometrica, alia

curva itidem geometrica existat, cui recta linea æqualis dari possit.

C'est-à-dire : une courbe étant donnée, trouver sa développée; et montrer qu'à une courbe géométrique quelconque, il en correspond une autre également géométrique telle qu'on puisse assigner une droite qui lui soit égale.

C'est dans l'analyse de ce problème général qu'il parvient à la détermination du centre de courbure, considéré comme point de rencontre de deux normales infiniment voisines. Voici la solution qu'il donne de cette importante question :

Soient AB (*fig.* 1) un arc de la courbe en question, B le point considéré de cet arc, F un point du même arc, infiniment voisin de B; BG et FG les normales en B et en F, il s'agit de trouver la position limite du point G.

Soient X'X un axe (auquel est rapportée la courbe), BK et FL les ordonnées des points B et F, M et N les points de rencontre de BG et FG avec X'X, BO une parallèle à MN et P le point où BO rencontre FL; enfin FBH la tangente en F ou en B (*nam si interstitium* BF *infinite parvum intelligatur, recta* BH *quæ curvam in* B *tangat, quoque pro tangente in* F *censebitur*); on aura d'abord :

$$\mathrm{BG : MG :: BO : MN},$$

d'où

$$\mathrm{BG : BM :: BO : BO - MN}.$$

Mais BM pouvant être regardé comme connu, il en résulte que pour avoir BG, il suffira de trouver le rapport $\frac{\mathrm{BO}}{\mathrm{MN}}$.

Cela posé,

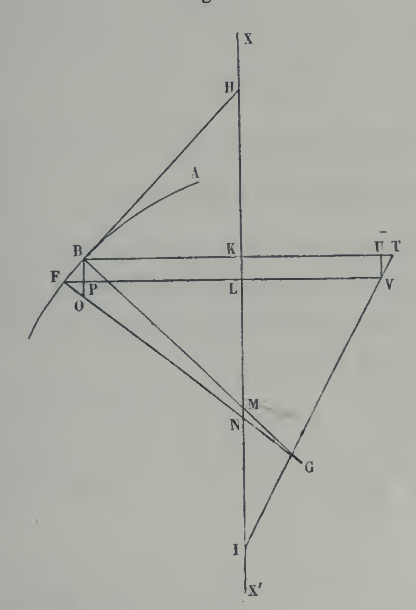
$$\frac{\mathrm{BO}}{\mathrm{MN}} = \frac{\mathrm{BO}}{\mathrm{BP}} \times \frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{MN}} = \frac{\mathrm{BO}}{\mathrm{BP}} \times \frac{\mathrm{KL}}{\mathrm{MN}},$$

il faut donc chercher $\frac{BO}{BP}$ et $\frac{KL}{MN}$; mais

$$\frac{BO}{BP} = \frac{NH}{HL},$$

et $\frac{NH}{HL}$ est donné (parce qu'il se réduit à $\frac{MH}{HK}$, mais Huyghens ne le dit pas).

Fig. 1.



Reste donc à trouver $\frac{KL}{MN}$; pour cela, élevons à l'axe X′X les perpendiculaires KT et LV respectivement égales à KM et LN, et concevons la courbe lieu du point T, ou du point V; (cette courbe est celle dont l'ordonnée serait la sous-normale de la pro-

posée), enfin menons VU et TU parallèle et perpendiculaire à l'axe X'X :

$$MN - KL = LN - KM = LV - KT = UT,$$

par conséquent

$$MN = UT + KL,$$

d'où

$$\frac{MN}{KL} = 1 + \frac{UT}{KL} = 1 + \frac{UT}{UV},$$

ou, si l'on joint VT qui coupe l'axe X'X en I,

$$\frac{MN}{KL} = 1 + \frac{KT}{KI}.$$

Mais la courbe lieu des points T ou V étant connue, on peut trouver $\frac{KT}{KI}$ par la méthode des tangentes.

Cette démonstration est trop compliquée pour qu'on en pût bien saisir le mérite, si on ne la traduisait pas en formules modernes. Soient y l'ordonnée BK de la courbe, y' et y'' ses dérivées première et seconde par rapport à x :

$$KH = \frac{y}{y'}, \quad KM = yy', \quad BM = y\sqrt{1+y'^2},$$

par conséquent la première formule d'Huyghens est, en remplaçant BG par R,

$$\frac{R}{y\sqrt{1+y'^2}} = \frac{1}{1-\frac{MN}{BO}} = \frac{1}{1-\frac{BP}{BO}\frac{MN}{KL}}.$$

En remplaçant $\frac{BP}{BO}$ par $\frac{HK}{MH}$ ou par $\dfrac{\frac{y}{y'}}{\frac{y}{y'}+yy'}$ c'est-à-dire

$\frac{1}{1+y'^2}$, elle devient

$$\frac{R}{y\sqrt{1+y'^2}} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1+y'^2}\frac{MN}{KL}},$$

ou, en remplaçant $\frac{MN}{KL}$ par $1 + \frac{UT}{UV}$,

$$\frac{R}{y\sqrt{1+y'^2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1+y'^2}\left(1 + \frac{UT}{UV}\right)}.$$

Mais l'ordonnée de la courbe lieu des points T ou V est KM, ou yy', et $\frac{UT}{UV}$ est le coefficient angulaire de la tangente à cette courbe, c'est-à-dire que

$$\frac{UT}{UV} = y'^2 + yy'';$$

en faisant la substitution, il vient

$$\frac{R}{y\sqrt{1+y'^2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1+y'^2}(1+y'^2+yy'')};$$

ou

$$R = \frac{(1+y'^2)\sqrt{1+y'^2}}{y''}.$$

Sauf qu'Huyghens ne peut naturellement faire les calculs que de proche en proche, sur chaque exemple, on voit que sa solution est parfaite.

QUATRIÈME PARTIE

Du centre d'oscillation.

Nous avons trouvé dans ce qui précède les solutions de bien belles et grandes questions, mais celle qu'Huyghens va aborder maintenant, et qu'il résoudra si simplement, dépasse infiniment toutes les autres en difficulté. Non seulement en effet, la loi qu'il faut découvrir est profondément cachée, mais les données de la question ne forment qu'une masse confuse. On suppose un corps, dont on ne doit définir ni la figure ni la composition en molécules pesantes, sans quoi la solution deviendrait particulière, et on propose de trouver une propriété très particulière de ce corps; la question est donc de découvrir les sommes de ses éléments, ou formées de ses éléments, qui pourront intervenir dans la solution à produire; la difficulté est aussi immense que nouvelle. Car que l'on demande de quarrer une surface ou de cuber un volume, on donne leurs contours; qu'on demande la tangente à une courbe, ou qu'on se propose toute autre recherche analogue, on sait immédiatement aussi bien ce qui est étranger à la question, que ce qu'il faut prendre pour donné; ici rien de pareil. Celui qui fait la question ne pourrait même pas la poser distinctement, sauf sur des exemples, et si l'on ajoute que la Dynamique du point n'était pas encore fondée, lorsque Huyghens abordait l'importante section de la Dynamique des systèmes dont il a si heureusement pu éclaircir tous les points; si l'on songe enfin qu'il lui a fallu discerner, au milieu de l'amas des choses ignorées de son temps, les questions qu'il serait indispensable de résoudre avant toute tentative pour aborder la grande question qu'il se

posait, on reconnaîtra, je crois, qu'il a montré un génie vraiment hors ligne.

Huyghens ne s'y méprenait sans doute pas, quoiqu'il parle toujours très modestement de ses travaux ; voici ce qu'il dit au sujet de la recherche qui nous occupe :

« Le très docte Mersenne me proposa, ainsi qu'à beaucoup d'autres, lorsque je n'étais encore pour ainsi dire qu'un enfant, la recherche du centre d'oscillation, problème célèbre parmi les géomètres de ce temps ; il me demandait de trouver ceux d'un triangle, d'un secteur ou d'un segment circulaires, diversement suspendus, et estimait le prix de l'œuvre, si j'y réussissais, certainement très grand et digne d'envie, mais il n'obtint aucune réponse de personne. Pour ce qui me regarde, ne trouvant rien qui pût même éclairer la voie dans une pareille recherche, et repoussé en quelque sorte au seuil de la question, je m'abstins alors d'une plus longue recherche, et quant aux hommes très distingués, Descartes, Fabri et autres, qui croyaient avoir achevé la solution, non seulement ils n'en atteignirent pas le faîte, si ce n'est dans un petit nombre de cas très simples, mais leurs démonstrations, à ce qu'il me semble, n'étaient pas appropriées... L'occasion de reprendre mes recherches à cet égard se présenta à moi lorsque je me proposai de tempérer les pendules de mes horloges au moyen de poids additionnels mobiles (destinés à en ralentir ou à en accélérer le mouvement). Enfin, abordant la question sous de meilleurs auspices, j'ai pu en lever toutes les difficultés ; et outre le plaisir d'avoir trouvé des choses que beaucoup d'autres avaient cherchées, et de connaître en ce sujet les lois et décrets de la nature, j'ai encore eu celui d'obtenir un moyen simple et facile de régler mes horloges. »

Hypothèse I.

Si des corps quelconques commencent à se mouvoir en vertu de leur gravité, leur centre de gravité ne pourra pas monter plus haut que le point où il se trouvait d'abord.

La nécessité où se trouve Huyghens de faire de cette proposition un *postulatum* tient à ce qu'il ne peut introduire les actions et réactions mutuelles des différentes parties d'un système lié, ni à plus forte raison reconnaître qu'elles n'ont pas d'effet sur le mouvement du centre de gravité. Son hypothèse, qui est un vrai principe, remplace le théorème des quantités de mouvement projetées sur un axe.

Hypothèse II.

En supposant écartées toutes les résistances extérieures, le centre de gravité d'un pendule parcourra des arcs égaux en montant et en descendant.

Cette hypothèse comporte une remarque analogue à la précédente, mais Huyghens ne cherche pas à établir des propositions pour ainsi dire évidentes, il cherche la solution d'une question profondément obscure, et, pourvu qu'il soit certain de l'exactitude de ses hypothèses, cela lui suffit. Quant à nous, nous ne pouvons qu'admirer le discernement avec lequel il les choisit.

Proposition I.

Si des corps quelconques se trouvent d'un même côté d'un plan, que des centres de gravité de ces corps on abaisse des perpendiculaires sur le plan, qu'on duise le poids de chaque corps sur la

perpendiculaire correspondante et qu'on fasse la somme des résultats, cette somme sera égale au résultat de la duction de la somme des poids sur la distance du centre de gravité du système au plan.

Pour le démontrer, Huyghens prolonge au delà du plan, d'une longueur égale à la distance du centre de gravité du système à ce plan, toutes les perpendiculaires abaissées des centres de gravité des parties, et il imagine, à l'extrémité de chacune des lignes ainsi prolongées, un corps ayant son centre de gravité à cette extrémité et un poids capable de faire équilibre, par rapport au point d'intersection de la perpendiculaire avec le plan, au poids donné, placé de l'autre côté du plan. Le produit de chacun des poids donnés, ou considérés, par la distance de son centre de gravité au plan est, d'après la théorie d'Archimède, égal au produit de son correspondant par la distance commune de tous ces poids auxiliaires au plan; par conséquent la somme des produits indiqués dans le premier membre de l'énoncé de la proposition est égale au produit de la somme des poids auxiliaires par la distance au plan du centre de gravité du système proposé. Cela posé, si le plan était dressé perpendiculairement à l'horizon, tous les poids conservant d'ailleurs leurs situations les uns par rapport aux autres et par rapport au plan, il y aurait équilibre par rapport à ce plan ainsi dressé ; mais tous les poids donnés pourraient être remplacés par un seul, appliqué en leur centre de gravité commun et égal à leur somme : il y a donc égalité entre le produit de la somme des poids donnés, par la distance de leur centre de gravité commun au plan, et la somme des produits de chaque poids par la distance de son centre de gravité au plan.

Proposition II.

Si tous les poids considérés sont égaux, la somme des distances de leurs centres de gravité au plan est égale au produit par leur nombre de la distance du centre de gravité de leur système au plan.

Proposition III.

Si des corps montent ou descendent tous de quantités quelconques, la somme des produits du poids de chacun par la quantité dont s'est élevé ou abaissé son centre de gravité est égale au produit de la somme de ces poids par la quantité dont s'est élevé ou abaissé le centre de gravité commun.

Proposition IV.

Si un pendule composé, partant du repos, a effectué une portion quelconque d'une de ses oscillations, qu'on imagine alors toutes ses particules rendues indépendantes les unes des autres et qu'on conçoive les hauteurs auxquelles elles pourraient remonter individuellement en vertu des vitesses qu'elles auront acquises, leur centre de gravité, en supposant toutes les parties fixées aux points où elles auront pu remonter, se trouvera à la hauteur d'où il était descendu d'abord.

Proposition V.

C'est par cette proposition que se trouve résolue la question de la longueur du pendule simple isochrone à un pendule composé.

Soient O l'axe de suspension, A le poids d'une particule du corps oscillant, laquelle se confond avec son centre de gravité, a la distance de cette particule à l'axe O, G le centre de gravité du

pendule et g la distance de ce point à l'axe; L un point pris sur la perpendiculaire abaissée de G sur l'axe et l la distance de ce point à l'axe; soit enfin ω la vitesse angulaire d'un point quelconque du pendule, à une époque quelconque : ωl sera la vitesse du point L; et si ce point était à ce moment séparé du pendule, il pourrait en vertu de cette vitesse remonter sur une courbe quelconque à la hauteur $\lambda = \frac{\omega^2 l^2}{2j}$, j désignant l'accélération du mouvement des graves. La hauteur à laquelle pourrait remonter la particule A, supposée déliée du système, serait de même $\alpha = \frac{\omega^2 a^2}{2j}$.

Quant au centre de gravité du pendule, il s'est abaissé d'une hauteur ζ et il remonterait à cette hauteur (proposition IV) si toutes les particules de ce pendule, rendues indépendantes, remontaient séparément aux hauteurs où elles pourraient parvenir. Mais la hauteur à laquelle peut remonter le centre de gravité d'un système dépend des hauteurs auxquelles pourraient remonter les différentes particules de ce système : d'après la proposition III, le produit du poids du pendule par la hauteur à laquelle peut remonter son centre de gravité doit être égal à la somme des produits des poids des parties, par les hauteurs auxquelles elles peuvent remonter.

On doit donc avoir

$$\zeta \Sigma A = \Sigma A \alpha = \Sigma A \frac{\omega^2 a^2}{2j}.$$

Si dans cette équation on remplace $\frac{\omega^2}{2j}$ par $\frac{\lambda}{l^2}$, il vient

$$\zeta \Sigma A = \frac{\lambda}{l^2} \Sigma A a^2.$$

Cela posé, si L était précisément le point de OG qui se meut, dans le pendule composé, comme il se mouvrait s'il formait un pendule simple, la hauteur dont il est tombé serait celle à laquelle il pourrait remonter, c'est-à-dire qu'elle serait égale à λ. Mais les trois points O, G et L étant en ligne droite, les hauteurs dont G et L sont tombés sont proportionnelles à leurs distances au point O; par conséquent, dans l'hypothèse où λ représenterait la hauteur dont est tombé L, on devrait avoir

$$\frac{\lambda}{\zeta} = \frac{l}{g};$$

en remplaçant λ par $\frac{l\zeta}{g}$ dans l'équation

$$\zeta \Sigma A = \frac{\lambda}{l^2} \Sigma A a^2,$$

on trouve, dans cette hypothèse,

$$lg \Sigma A = \Sigma A a^2,$$

d'où

$$l = \frac{\Sigma A a^2}{g \Sigma A}.$$

Donc la longueur du pendule simple isochrone à un pendule composé est donnée par la formule

$$\frac{\Sigma A a^2}{g \Sigma A}.$$

La démonstration d'Huyghens est beaucoup plus compliquée et surtout beaucoup plus difficile à suivre, d'abord parce qu'il n'y introduit ni j ni ω, en second lieu parce qu'il la fait non seulement synthétiquement, c'est-à-dire sans analyse, mais encore

par l'absurde : il considère le point de OG situé à une distance du point O égale à

$$\frac{\Sigma A a^2}{g \Sigma A},$$

et il démontre que la vitesse de ce point, lié au pendule, n'est ni plus grande, ni plus petite que celle du pendule simple dont la longueur serait cette distance.

Mais tout en cherchant à rendre sa démonstration intelligible pour les lecteurs modernes, nous en avons conservé les principes et la marche. Bien entendu, Huyghens ne se sert pas du signe Σ, il considère son pendule comme composé de parties A, B, C, etc.; il n'écrit pas a^2, mais aa; au reste sa méthode de calcul est plutôt celle de Viète que celle de Descartes, ce qui tient à ce que, pour suivre Descartes, il lui faudrait supposer deux unités concrètes, une pour les longueurs et une pour les poids.

Nous avons encore, pour abréger, employé le mot *produit*, dans la traduction des énoncés de ses dernières propositions, mais Huyghens se sert partout des expressions de Viète *ducere in, ductum in*, etc. Quand il emploie le mot *productum*, ce mot signifie *ce qui provient de la duction*. Nous avons aussi employé le mot *corps* dans notre traduction; Huyghens dit toujours des *poids*, peut-être parce qu'on aurait pu lui objecter qu'un corps n'est pas nécessairement pesant.

Quoi qu'il en soit, on voit que son principe, que nous avons considéré à part dans notre introduction, conduit très simplement Huyghens à la solution du problème proposé.

La proposition suivante ne consiste que dans la traduction de la formule

$$l = \frac{\Sigma A a^2}{g \Sigma A},$$

dans la seule hypothèse qui permette à Huyghens de s'exprimer clairement. La voici :

Proposition VI.

Étant donné un pendule composé de poids égaux, si la somme des quarrés des distances de ces poids à l'axe d'oscillation est appliquée (style de Viète) à la distance de leur centre de gravité commun à ce même axe, multipliée par le nombre des poids, il en sortira la longueur du pendule simple isochrone au pendule composé.

Les propositions suivantes ont pour objet non seulement d'instituer une méthode pour la recherche des centres d'oscillation, mais aussi de compléter la théorie générale, car Huyghens la prolonge jusqu'à la démonstration de la réciprocité des axes de suspension et d'oscillation ; enfin de déterminer les centres d'oscillation d'un certain nombre de corps : un rectangle suspendu par l'un de ses sommets, un triangle isoscèle suspendu par son sommet, un segment droit de parabole suspendu par son sommet ou par le milieu de sa base, un secteur circulaire suspendu par le centre du cercle auquel il appartient, un cercle ou sa circonférence, un polygone régulier ou son périmètre, suspendus par un point quelconque d'un diamètre ; une pyramide, un cône, une sphère, un cylindre, un conoïde droit parabolique ou hyperbolique, suspendus par un point de l'axe de figure.

Mais nous restreindrons notre analyse aux propositions générales, dont nous changerons d'ailleurs l'ordre, afin de rendre la suite des idées plus facile à saisir, car Huyghens, qui tient déjà d'Archimède par le génie, l'imite aussi trop souvent dans sa

méthode d'exposition : il ne prévient jamais de l'utilité des lemmes ou propositions accessoires qui entrent dans l'échafaudage de ses théories, de sorte qu'on est obligé de lui accorder des crédits souvent fort longs.

Nous avons déjà dit qu'Huyghens ne fait pas encore usage du calcul moderne, c'est-à-dire qu'il ne suppose pas encore les grandeurs rapportées à des unités et représentées par leurs mesures; il ne se sert pas non plus de la méthode de Descartes; d'un autre côté, duire des poids, représentés eux-mêmes par des volumes, sur des quarrés de longueurs, comme il aurait à le faire pour appliquer la formule

$$l = \frac{\Sigma A a^2}{g \Sigma A},$$

lui paraît sans doute bien compliqué; mais surtout il tient à obtenir des représentations figurées des choses dont il parle.

Pour cela, il commence d'abord par se débarrasser des poids A en les faisant égaux, comme nous l'avons vu dans la proposition VI. La formule précédente devient alors

$$l = \frac{A \Sigma a^2}{gm A} = \frac{\Sigma a^2}{mg},$$

m désignant le nombre des poids égaux ou des particules égales du corps oscillant.

Cela posé, comme m et Σa^2 deviendraient en même temps infinis, Huyghens cherche à obtenir Σa^2 sous la forme de m fois un rectangle déterminé. Il y arrive comme nous allons l'expliquer, mais il faut pour cela distinguer trois cas : le premier où le pendule est formé d'une figure plane oscillant autour d'un axe contenu dans son plan, le second où le pendule est encore formé

d'une figure plane, mais oscillant autour d'un axe perpendiculaire à son plan, et le troisième, où le pendule est quelconque.

Supposons d'abord que le corps oscillant soit une figure plane, et que l'axe soit contenu dans son plan; sur cette figure il élève un cylindre indéfini, qu'il coupe par un plan passant par l'axe de suspension et incliné à 45° sur le plan de la figure. Le volume de ce cylindre tronqué est égal à celui du cylindre qui aurait pour base la figure et pour hauteur la distance du centre de gravité de la figure à l'axe. En effet, si ω désigne un des éléments égaux de l'aire de la figure et a la distance de cet élément à l'axe, comme la hauteur du cylindre élevé sur cet élément est aussi a, ce cylindre élémentaire a pour volume ωa, de sorte que le tronc cylindrique total est représenté par

$$\Sigma\omega a \quad \text{ou} \quad \Omega a_1,$$

Ω désignant l'aire de la figure, et a_1 la distance de son centre de gravité à l'axe.

En second lieu, la somme des quarrés des distances des éléments égaux de la figure à l'axe, c'est-à-dire Σa^2, est égale à m fois le rectangle dont les côtés seraient a_1 et la distance a'_1 à l'axe, de la projection, sur le plan de la figure, du centre de gravité du tronc cylindrique.

En effet la distance a'_1 serait donnée par la formule

$$a'_1 = \frac{\Sigma\omega a . a}{\Sigma\omega a} = \frac{\Sigma a^2 \omega}{a_1 \Omega} = \frac{\omega \Sigma a^2}{m\omega a_1} = \frac{\Sigma a^2}{m a_1},$$

d'où

$$\Sigma a^2 = m a_1 a'_1.$$

Il résulte de là que la longueur du pendule simple isochrone au

pendule proposé est

$$l = \frac{a_1 a'_1}{g} \quad \text{ou} \quad a'_1,$$

car ici g ne diffère pas de a_1.

Ainsi, pour avoir la longueur du pendule simple isochrone au pendule formé par une figure plane oscillant autour d'un axe contenu dans son plan, il suffira d'obtenir la plus courte distance entre cet axe et la perpendiculaire au plan de la figure qui passerait par le centre de gravité du cylindre tronqué correspondant, ce qui n'est plus, comme le dit Huyghens, qu'une question de l'ordre de celles qu'on sait résoudre, quand la figure s'y prête.

Huyghens ne démontre pas encore ici que la longueur du pendule simple isochrone au pendule formé d'une figure plane oscillant autour d'un axe contenu dans son plan, reste la même quel que soit cet axe, pourvu que sa distance au centre de gravité de la figure reste elle-même constante.

Cette proposition sera démontrée plus loin en même temps que pour un pendule quelconque. Il faut d'abord l'établir pour le cas où le pendule est formé d'une figure plane oscillant autour d'un axe perpendiculaire à son plan.

Passons donc à ce second cas. Soient O le point où l'axe de suspension perce le plan de la figure, G le centre de gravité de cette figure, et A un des éléments égaux en poids de la figure : la formule de la longueur du pendule simple isochrone au pendule considéré est toujours

$$l = \frac{\Sigma a^2}{mg},$$

a désignant maintenant la distance AO et g la distance GO.

Σa^2 s'obtiendra autrement que dans le cas précédent : Si par O on mène, dans le plan de la figure, une perpendiculaire à OG et qu'on désigne par a' et a'' les distances du point A à cette perpendiculaire et à OG elle-même,

$$a^2 = a'^2 + a''^2;$$

par conséquent

$$\Sigma a^2 = \Sigma a'^2 + \Sigma a''^2,$$

de sorte que le problème est ramené au précédent ; seulement au lieu d'un cylindre tronqué on en aura deux à considérer.

Il faut maintenant démontrer que si la distance OG restait constante, la longueur du pendule simple isochrone au pendule considéré resterait aussi constante, c'est-à-dire que Σa^2 conserverait la même valeur, puisque m ni g ne changeraient.

Cela revient évidemment à démontrer que la somme des quarrés des distances de points tels que A, contenus dans un même plan, à un point O quelconque de la circonférence d'un cercle décrit du centre de gravité de ces points A comme centre, reste la même quel que soit le point choisi sur la circonférence.

Or, si l'on conçoit deux axes rectangulaires passant par le centre du cercle, que x et y soient les coordonnées du point A et x', y', celles du point O,

$$a^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 = x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2 - 2x'x - 2y'y$$

et

$$\Sigma a^2 = \Sigma(x^2 + y^2) + \Sigma(x'^2 + y'^2) - 2x'\Sigma x - 2y'\Sigma y,$$

mais Σx et Σy sont nuls puisque le centre de gravité du système des points A est à la fois sur l'axe des x et sur l'axe des y ; et, d'un autre côté,

$$\Sigma(x'^2 + y'^2) = mR^2,$$

R désignant le rayon du cercle et m le nombre des points, Σa^2 se réduit donc à

$$\Sigma(x^2+y^2)+m\mathrm{R}^2,$$

où il ne reste plus traces de x' ni de y'.

Huyghens fait sa démonstration plus longuement parce qu'il ne prend pas pour origine des coordonnées le centre du cercle, probablement pour que tous les points A se trouvent dans un même angle des axes, et qu'ainsi toutes les quantités x et y soient positives. Mais elle est fondée sur des considérations analogues à celles que nous avons employées.

Considérons enfin le troisième cas où le pendule est formé d'un corps quelconque. Huyghens mène par l'axe autour duquel le corps doit tourner deux plans rectangulaires entre eux : le quarré de la distance d'un point du corps à l'axe est égal à la somme des quarrés des distances de ce point aux deux plans considérés, de sorte qu'on est ramené à la question de trouver la somme des quarrés des distances des particules égales d'un corps à un plan.

Pour trouver cette dernière somme, Huyghens imagine le corps divisé en segments par des plans parallèles à celui dont il s'agit, et, dans ces plans sécants, il conçoit des droites, parallèles entre elles, et proportionnelles aux bases des segments. Il rapporte toutes ces droites sur un même plan en conservant leur parallélisme et laissant entre elles des distances égales à celles des plans où elles étaient contenues d'abord; il suppose construite la courbe qui rejoindrait les extrémités de toutes les droites ainsi transportées; enfin il marque sur le même plan la parallèle unique à ces droites, dont la distance à chacune d'elles serait

égale à la distance du plan contenant la section correspondante du corps, au premier plan considéré.

En d'autres termes, il forme une courbe dont les segments, déterminés par des parallèles à un axe contenu dans son plan soient proportionnels aux segments déterminés dans le corps par des plans parallèles au plan par rapport auquel il fallait prendre les distances et, de plus, telle que les distances des bases des segments de cette courbe, à l'axe contenu dans son plan, soient respectivement égales aux distances des plans des bases des segments du corps au plan par rapport auquel il fallait prendre les distances. Ces dispositions étant réalisées, la somme des quarrés des distances des éléments égaux de l'aire de la courbe, à l'axe contenu dans son plan, se trouve évidemment égale à la somme des quarrés des distances des éléments correspondants du corps, au plan qui avait été proposé; et la question est ainsi ramenée à une autre déjà résolue.

Voici maintenant comment Huyghens démontre que la longueur du pendule simple isochrone à un pendule formé d'un corps quelconque reste constante, lorsque l'axe de suspension ne fait que se déplacer parallèlement à lui-même, en restant toujours à la même distance du centre de gravité du corps.

Quel que soit celui de ces axes autour duquel le corps doive tourner, chaque particule du corps oscillera toujours dans le même plan. Huyghens considère un de ces plans, décompose son pendule en prismes très petits perpendiculaires à ce plan et ayant tous même section droite, il imagine la surface formée, dans ce même plan, des sections suivant lesquelles il coupe tous les prismes et donne à chaque section un poids proportionnel à

la longueur du prisme (textuellement, il suppose chaque section répétée, par superposition, autant de fois que la hauteur du prisme contient d'éléments égaux, et les mêmes dans tous les prismes).

La somme des quarrés des distances des éléments égaux de la figure (chacun d'eux répété un nombre convenable de fois) à la trace, sur le plan de cette figure, de l'axe de suspension considéré, est égale à la somme des quarrés des distances des éléments égaux correspondants du pendule, au même axe de suspension ; les nombres de particules sont aussi les mêmes de part et d'autre; et enfin les distances à l'axe de suspension du centre de gravité de la figure (obtenu en tenant compte du nombre des éléments superposés en chaque endroit) et du centre de gravité du pendule, sont les mêmes.

Les longueurs des pendules simples isochrones au pendule considéré, et au pendule formé de la figure correspondante, assujettis à tourner autour du même axe, quel qu'il soit d'ailleurs, parmi ceux qu'on considère, sont donc égales.

Mais, pour le pendule formé de la figure plane considérée, la longueur du pendule simple isochrone reste la même quel que soit l'axe de suspension, parmi ceux dont il s'agit : donc il en est de même pour le pendule proposé.

Pour compléter la théorie, il suffit maintenant de remarquer que, d'après la conception précédente, les théorèmes généraux démontrés relativement au pendule formé d'une figure plane oscillant autour d'un axe perpendiculaire à son plan, peuvent être immédiatement transportés à un pendule composé, formé d'un solide quelconque : reprenons donc la formule générale

$$l = \frac{\Sigma a^2}{mg} \quad \text{ou} \quad l = \frac{\frac{\Sigma a^2}{m}}{g},$$

et appliquons-la au cas d'une figure plane tournant autour d'un axe perpendiculaire à son plan :

Soient O la trace, sur le plan de la figure, de l'axe de suspension, G le centre de gravité de cette figure, d la distance d'un élément de la figure au centre de gravité G, enfin d' la projection de d sur OG :

$$a^2 = g^2 + d^2 - 2gd'.$$

et

$$\Sigma a^2 = mg^2 + \Sigma d^2 - 2g\Sigma d';$$

mais $\Sigma d'$ est identiquement nul, puisque d' est la distance d'un des éléments égaux de la figure à un plan perpendiculaire à celui de cette figure et passant par son centre de gravité.

Par conséquent

$$\Sigma a^2 = mg^2 + \Sigma d^2,$$

et, par suite,

$$l = g + \frac{\Sigma d^2}{mg}.$$

Ainsi la distance du centre de gravité au centre d'oscillation est

$$\frac{\Sigma d^2}{mg}.$$

Cela posé, si l'axe de suspension du pendule tout en restant parallèle à lui-même s'éloigne ou se rapproche du centre de gravité, Σd^2 ne change pas pour cela; par conséquent la distance du centre d'oscillation au centre de gravité varie en raison inverse de la distance g du centre de gravité à l'axe de suspension.

Ainsi, si l'on désigne par l_1 la distance du centre d'oscillation au centre de gravité,

$$l_1 g = \frac{\Sigma d^2}{m} = \text{constante} = k^2;$$

par conséquent, si l'on a obtenu le centre d'oscillation d'un pendule suspendu par un axe quelconque, et qu'on le suspende ensuite par un axe parallèle au premier, et passant par le centre d'oscillation trouvé précédemment, on obtiendra un nouveau pendule isochrone au premier.

La démonstration d'Huyghens est un peu plus compliquée, mais les principes en sont les mêmes.

Après avoir terminé cette belle théorie, Huyghens se trouve tout perplexe parce que son pendule cycloïdal n'en profitera pas. Voici ce qu'il dit : « Si l'on rapproche ce qui a été exposé relativement au pendule cycloïdal de ce qui concerne le centre d'oscillation, il semblera qu'il manque à ce pendule quelque chose pour réaliser la parfaite égalité des oscillations ; et d'abord on se demandera si le cercle générateur de la cycloïde doit avoir pour rayon la distance du point de suspension au centre de gravité de la tige, ou à son centre d'oscillation, car l'intervalle qui sépare ces deux points est souvent très sensible; et si nous disions que c'est la distance au centre d'oscillation qu'il faut prendre, on pourrait objecter que ce qui a été établi du centre d'oscillation ne conviendrait pas à un pendule dont la longueur varie incessamment, comme celui qui est suspendu entre deux cycloïdes.

« La question est assurément très délicate, car, dans la démonstration de l'égalité des oscillations sur la cycloïde, nous avons supposé réduit à un point le mobile assujetti à la parcourir.

« Mais, si nous ne considérons que le côté pratique, la difficulté n'est pas si grande, car il n'est pas nécessaire de donner au pendule un poids tel que la distance du centre de gravité et du centre d'oscillation puisse apporter quelque trouble (*aliquid turbare possit*).

« Mais, si nous voulons éviter ces difficultés (*has tricas*), nous y arriverons en rendant la sphère, ou la lentille, mobile autour de son axe horizontal; il en résultera en effet que cette sphère ou cette lentille conservant toujours la même position par rapport à l'horizontale, tous ses points parcourront des cycloïdes, comme son centre; que la considération du centre d'oscillation sera ainsi évitée et que l'égalité des temps ne sera pas moins parfaite que si la gravité était réunie en un seul point. »

Cela prouve qu'on peut se tromper, même quand on est Huyghens, et surtout quand on y tient, ou, au moins, qu'on ne demande pas mieux.

Il est bien clair qu'en supposant le mouvement établi comme le veut Huyghens, du moment qu'un point de l'axe qui traverserait la lentille décrirait une cycloïde, tous les points de cette lentille décriraient d'autres cycloïdes égales, se trouveraient en même temps aux points homologues de toutes ces cycloïdes et auraient par conséquent leurs vitesses, leurs accélérations et leurs forces d'inertie égales et parallèles.

Cela posé, il y aurait équilibre, d'après le théorème de Dalembert, entre les forces d'inertie de tous les points de la lentille et les forces extérieures. Les forces d'inertie se composeraient en une seule appliquée au centre de gravité et, parmi les forces extérieures, les poids des particules se composeraient aussi au centre de gravité. Il y aurait évidemment équilibre entre ces deux résultantes et la réaction du fil ou de la lame, si l'axe géométrique de suspension de la lentille passait par son centre de gravité; mais la lentille frotterait naturellement sur les coussinets, ce frottement la ferait basculer et le mouvement supposé ne pourrait plus avoir lieu.

Nous avons déjà dit que l'*Horologium oscillatorium* se ter-

mine par la théorie de la force centrifuge. Mais les théorèmes y sont énoncés sans démonstrations. Ces démonstrations se trouvent dans l'opuscule intitulé *De vi centrifuga* qui fait partie des œuvres posthumes d'Huyghens; mais, comme la publication n'en a eu lieu qu'en 1728, c'est-à-dire 44 ans après celle des *Principes de la philosophie naturelle* de Newton, elles n'ont eu aucune utilité. En conséquence, je me bornerai aux principaux énoncés. Toutefois, l'explication que donne Huyghens de l'existence même de la force centrifuge d'un point fixé sur la circonférence d'un cercle qui tourne autour de son centre, présente assez d'intérêt au point de vue historique pour que nous croyions devoir la reproduire.

Cette explication est très compliquée; cependant on va voir qu'elle est fondée, comme cela devait être, sur la considération de la déviation subie par le corpuscule qui, s'il eût été rendu libre à un instant quelconque, aurait suivi la tangente à la circonférence au point où il se trouvait à cet instant.

Pour rendre ses explications plus claires, Huyghens imagine posé et fixé sur une roue horizontale, animée d'un mouvement uniforme, un homme tenant à la main un fil à plomb, et il imagine que le plomb, à partir d'un certain instant, suive la tangente à la roue qui passerait par les pieds de l'homme, la main de cet homme suivant, sans doute, et du même mouvement, le plomb en question, de façon que le fil reste vertical.

Le mouvement étant uniforme, l'homme parcourt des arcs égaux de la circonférence en des temps égaux, et d'un autre côté le plomb animé de la même vitesse initiale, et rendu libre, parcourt des distances égales à ces arcs, dans les mêmes intervalles de temps, sur la tangente considérée.

Le mouvement relatif du plomb, par rapport à l'homme, entraîne donc ce plomb sur une développante de la circonférence de la roue.

Cette développante, à son point origine, est tangente au prolongement du rayon de la roue qui passe par ce point origine. Huyghens le démontre par l'absurde; le plomb a donc, au commencement, par rapport à la roue, un mouvement relatif dirigé dans le sens du rayon prolongé; donc il est animé d'une force centrifuge.

D'un autre côté, l'arc de la développante, à l'origine, peut être confondu avec la projection de l'arc correspondant du cercle de la roue sur le rayon passant par le point origine.

Mais l'arc infiniment petit du cercle est moyen proportionnel entre le diamètre passant par l'une de ses extrémités et sa projection sur ce même diamètre; ou bien cette projection est proportionnelle au quarré de l'arc, ou au quarré du temps employé à parcourir cet arc, puisque le mouvement est uniforme; et le plomb est actionné par la force capable de produire le mouvement qui vient d'être décrit.

Huyghens, naturellement, ne pousse pas le raisonnement plus loin, puisqu'il ne formule jamais aucune équation, pour les raisons que nous avons déjà énoncées bien des fois. Les propositions qui suivront auront précisément pour objet de suppléer au défaut de l'équation qui manque. Mais nous tirerons immédiatement cette équation de ce qui précède, pour le faire mieux comprendre.

Soient r le rayon de la roue et ω sa vitesse angulaire de rotation : l'arc parcouru par l'homme sur la circonférence de cette roue, pendant le temps infiniment petit θ, à partir du point où

le plomb s'échappe, est

$$r\omega\theta;$$

l'arc parcouru dans le même temps par le plomb, dans le sens du prolongement du rayon passant par le point où a eu lieu l'échappement, est, d'ailleurs,

$$\frac{r^2\omega^2\theta^2}{2r}$$

et si j est l'accélération du mouvement relatif du plomb,

$$\frac{1}{2}j\theta^2 = \frac{r^2\omega^2\theta^2}{2r}$$

donc

$$j = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}.$$

Newton n'introduisit ni homme, ni fil, ni plomb, ni développante; il ne conserva que la déviation.

I. Si deux mobiles égaux parcourent dans le même temps des circonférences inégales, les forces centrifuges seront comme les rayons.

II. Si deux mobiles égaux parcourent avec la même vitesse des circonférences inégales, leurs forces centrifuges seront en raison inverse de leurs rayons.

III. Si deux mobiles égaux parcourent des circonférences égales avec des vitesses inégales, leurs forces centrifuges seront en raison doublée de leurs vitesses.

IV. Si deux mobiles égaux qui parcourent deux circonférences inégales ont la même force centrifuge, les temps des parcours seront en raison sous double de celle des rayons.

V. Si un mobile parcourt une circonférence avec la vitesse

qu'il eût acquise en tombant d'une hauteur égale à la moitié du rayon, sa force centrifuge sera égale à son poids.

VI. Si un conoïde parabolique a son axe vertical, et qu'un mobile, placé dans sa concavité, décrive un parallèle de la surface, le temps qu'il mettra à faire un tour entier sera constant et égal au temps d'une double oscillation du pendule qui aurait pour longueur la moitié du *latus rectum* de la parabole génératrice.

Cet énoncé n'est pas suffisamment clair par lui-même : Huyghens suppose nécessairement que le mobile qui parcourt un des parallèles de la surface est animé d'une vitesse capable de l'empêcher de descendre, c'est-à-dire telle que la composante de la force centrifuge, dans le sens de la tangente à la parabole méridienne, soit égale à la composante, dirigée en sens contraire, de son poids, dans le sens de cette même tangente : c'est-à-dire que, si

$$x^2 = 2py$$

est l'équation de la parabole méridienne, de sorte que la tangente au point (x, y) de cette parabole fasse avec la verticale l'angle dont la tangente est

$$\frac{p}{x},$$

et si ω est la vitesse angulaire de rotation du mobile,

$$\omega^2 x \frac{p}{\sqrt{p^2 + x^2}} = \frac{gx}{\sqrt{p^2 + x^2}},$$

ou, en simplifiant

$$p\omega^2 = g.$$

Or, dans ce cas, le temps d'une révolution complète du mobile est

$$\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{p}{g}}.$$

L'existence seule de cet énoncé prouve que Huyghens maniait parfaitement le théorème de la composition de deux forces, ou de la décomposition d'une force en deux autres, suivant des directions données. Mais la proposition comporte une autre remarque : p est bien la moitié du *latus rectum* de la parabole

$$y^2 = 2px,$$

en sorte que

$$2\pi\sqrt{\frac{p}{g}},$$

est bien le double du temps d'une oscillation complète du pendule simple qui aurait pour longueur le *latus rectum* de la parabole considérée, *en supposant l'angle d'écart infiniment petit*, sans quoi le théorème ne serait pas vrai. Huyghens connaissait donc la formule de la durée d'une oscillation dans ce cas. On en trouve en effet l'équivalent dans son *Horologium*, à la suite de la théorie du pendule cycloïdal : après avoir démontré que les oscillations de ce pendule ont toutes même durée. Huyghens remarque que, si on les suppose très petites, elles ne diffèrent plus de celles d'un pendule circulaire dont la longueur serait égale au double du diamètre du cercle générateur de la cycloïde ; en conséquence, il applique à celles-ci ce qu'il avait trouvé pour les autres.

VII. Si deux mobiles suspendus à des fils d'inégales longueurs décrivent des circonférences horizontales, et que les hauteurs des cônes engendrés par les fils soient égales, les temps des révolutions complètes seront aussi égaux.

Mêmes remarques.

VIII. Si, dans la même hypothèse que précédemment, les hauteurs des deux cônes sont différentes, les temps des révolutions seront en raison sous-double de celle des hauteurs.

XI. Le temps que met un pendule conique à faire une révolution complète est égal à celui qu'un corps mettrait à descendre verticalement d'une hauteur égale à la longueur du fil, lorsque le sinus de l'angle d'écart est au rayon comme le quarré inscrit est au quarré de la circonférence.

Si un pendule conique décrit une circonférence horizontale, la composante de la force centrifuge suivant la tangente au cercle qu'il pourrait décrire dans un plan vertical est égale et contraire à la composante de son poids suivant la même tangente; c'est-à-dire que ω désignant sa vitesse angulaire, x sa distance à la verticale du point de suspension, et l la longueur du fil,

$$\omega^2 x \frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{l} = g \frac{x}{l},$$

ou

$$\omega^2 \sqrt{l^2 - x^2} = g,$$

d'où

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{l^2 - x^2}}};$$

de sorte que le temps d'une des révolutions est

$$2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{g}}.$$

D'un autre côté, le temps qu'un corps mettrait à descendre d'une hauteur égale à la longueur du fil serait

$$\sqrt{\frac{2l}{g}}:$$

pour que les temps soient égaux, il faut que

$$4\pi \sqrt{l^2 - x^2} = 2l.$$

d'où résulte, pour le cosinus de l'angle d'écart ou le sinus de l'inclinaison du fil sur l'horizon, la valeur

$$\frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{l} = \frac{2}{4\pi^2} = \frac{\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2}{(2\pi l)^2}.$$

XII. Si deux poids égaux, suspendus à des fils d'inégales longueurs, décrivent des cercles tels que les hauteurs des cônes soient égales, les tensions des fils sont entre elles comme les longueurs de ces fils.

XIII. Si un pendule simple est abandonné à lui-même du point situé sur l'horizontale du point de suspension, il tendra son fil avec une force triple de son poids lorsqu'il arrivera au point le plus bas.

Nous ajouterons à cette analyse des travaux d'Huyghens en Mécanique qu'il avait songé à créer une unité de longueur prise dans la nature; il proposa le tiers de la longueur du pendule simple qui bat la seconde et l'appelait *pes horarius* (il ne savait pas encore que cette longueur dépend de la latitude). Il trouva pour le rapport de son *pes horarius* au pied de Paris $\frac{881}{864}$. Il calcula aussi le chemin parcouru par un corps tombant durant une seconde à Paris et trouva *à peu près* 15 *pieds et un pouce.*



Traité de la Lumière.

Nous passons à l'analyse du *Traité de la Lumière.*

Huyghens, dans la préface de l'édition de 1690, explique pour-

quoi ce traité est resté inédit jusque-là, quoiqu'il l'eût écrit en 1678, comme peuvent en témoigner, dit-il, plusieurs savants, Cassini, Rœmer et de la Hire entre autres, qui assistaient à la lecture qu'il en fit à cette époque à l'Académie des Sciences de Paris. La cause de ce retard est qu'il avait d'abord écrit son traité en français assez négligemment (*satis negligenter*) et qu'il tenait à ne le publier qu'en latin; ensuite à ce qu'il voulait d'abord le joindre à un traité complet de dioptrique. Il ajoute qu'il ne voit pas quand il pourrait accomplir son projet et qu'il se décide à publier tel quel son *Traité de la Lumière*, de peur qu'il ne finisse par se perdre.

Le *Traité de la Lumière* avait donc paru d'abord en français, vers 1690, mais je ne sais s'il subsiste quelque exemplaire de cette édition, dans nos bibliothèques [1]. Le texte que j'ai sous les yeux est celui qu'a donné S'Gravesande en 1728, dans les *Opera reliqua Hugenii*. L'éditeur dit que la traduction a été comparée avec soin au texte français et que le sentiment de l'auteur a été reproduit partout exactement.

L'Ouvrage se termine par une étude des figures des verres destinés à produire tels ou tels effets, mais nous nous bornerons à la théorie des ondulations elle-même et à l'explication qu'elle fournit de la réflexion, de la réfraction ordinaire et de la double réfraction.

Chapitre Premier. — Des rayons directs.

Personne, dit Huyghens, ne peut mettre en doute que la lumière ne résulte du mouvement d'une certaine matière. Mais si l'on considère que ses rayons ne se contrarient pas lorsqu'ils

(1) J'ai appris depuis qu'il en existe un à la bibliothèque de la Sorbonne.

viennent de points différents et même opposés, on comprendra que les corps lumineux ne sont pas rendus visibles par l'intervention d'une matière qui se rende d'eux à nous; mais par un moyen analogue à celui par lequel le son se propage à travers l'air.

Le son se répand autour du point où il a pris naissance par un mouvement qui se propage d'une partie de l'air à une autre, avec une vitesse constante, sur la surface de sphères grandissant sans cesse, jusqu'à ce qu'elles atteignent nos oreilles. Il n'est pas douteux que la lumière ne se propage aussi d'une façon analogue par le mouvement d'une matière interjectée. Et si un certain temps est nécessaire à la lumière pour parvenir à nous (ce qui est prouvé par les observations de Rœmer), il en résulte que le mouvement de cette matière est successif et que, comme pour le son, il se propage par ondes sphériques, ondes dont on a une image sous les yeux lorsqu'on jette une pierre dans l'eau.

Mais si le son et la lumière se propagent de la même manière, leurs véhicules ne sont pas les mêmes; celui de la lumière est l'éther, bien plus subtil que l'air, plus élastique et dont les agitations sont bien plus rapides.

Quant aux ondes qui s'échappent d'un corps lumineux, elles ont pour centres tous les points de ce corps et il n'y a pas lieu de s'étonner de la prodigieuse multitude de ces ondes qui se coupent mutuellement sans se troubler, puisqu'il est certain qu'une même particule de matière peut participer à plusieurs ondulations partant même de points opposés.

Au reste, le nombre infini des ondes qui se réunissent en chaque point de l'espace est nécessaire pour permettre de comprendre comment la lumière d'une étoile, probablement de la

grosseur du Soleil, peut être perçue par nos yeux à une si grande distance. Cela tient à ce que ces ondes, parties en même temps de tous les points de la surface de l'étoile, viennent en même temps frapper nos organes, en se confondant presque.

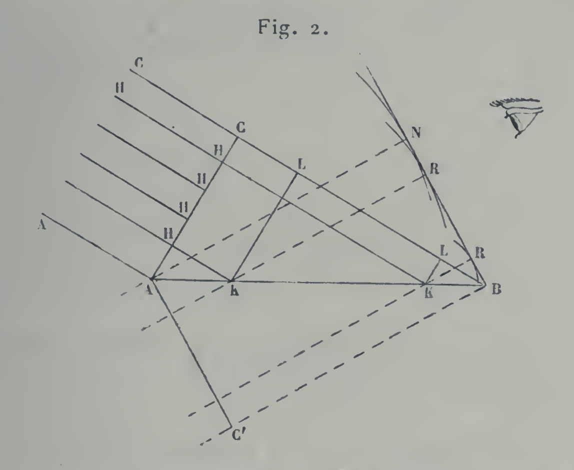
Huyghens explique ensuite pourquoi la lumière suit une ligne droite lorsqu'elle n'est ni réfléchie ni réfractée. Il admet pour cela que chaque point de la surface d'une onde sphérique devient lui-même le centre et la source d'une onde secondaire qui, s'étendant avec la même vitesse que l'onde principale, lui reste toujours tangente; et que le point de contact commun de l'onde principale et de toutes les ondes secondaires parties des points d'un même rayon se meut nécessairement en ligne droite : or, l'excitation produite sur l'œil placé sur cette droite est plus grande dans sa direction que dans toute autre.

Chapitre II. — De la réflexion.

Considérons une petite portion d'une onde sphérique, dont le centre soit assez éloigné pour qu'on puisse la regarder comme plane. Cette onde va tomber sur la surface plane et polie d'un corps non translucide : par la direction d'un des rayons parallèles de l'onde, concevons un plan perpendiculaire à la surface réfléchissante; soient AC et AB les traces de ce plan sur le plan de l'onde et sur la surface réfléchissante : pendant le temps nécessaire à l'ébranlement lumineux pour se transmettre en ligne droite de C en B, le rayon de l'onde émanant du point A aura atteint la longueur AN égale à CB (la vitesse n'ayant pas été altérée); pendant le même temps, le rayon parti de H continuera d'abord son chemin en ligne droite jusqu'en K, puis le rayon de l'onde secondaire émanant de K atteindra la longueur KR, égale

à LB, etc. Or la ligne BN, égale à AC et également inclinée qu'elle sur le plan réfléchissant, sera tangente à tous les cercles représentant les ondes émanées des points A, K, K... Cette droite sera donc le lieu d'ébranlements plus considérables que partout ailleurs, de sorte que l'œil, placé au delà, sera affecté

Fig. 2.

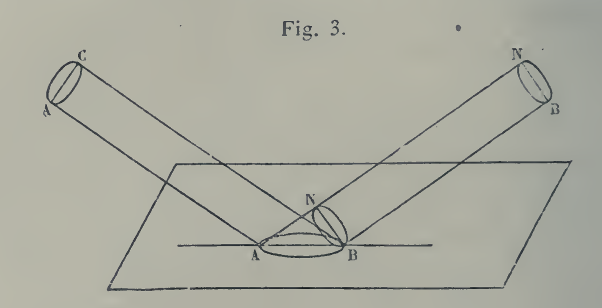


comme si BN était lumineuse, ou, plutôt, comme si l'objet lumineux, au lieu d'être placé au bout des droites CC, HH, AA, l'était au bout des droites NA, RK, RK....

A la vérité, ajoute Huyghens, on pourrait objecter que, puisque les ondes sont sphériques, toutes les arêtes du cône engendré par BN tournant autour de BA leur seraient aussi bien tangentes. Mais, et c'est ce qui expliquera pourquoi le rayon incident et le rayon réfléchi sont toujours dans un même plan perpendiculaire au plan réfléchissant : ce n'est pas la section rectiligne AC de l'onde qui produit une impression sur l'œil; il faut toujours une certaine largeur à une portion d'onde pour produire

un effet. On doit donc supposer, dans la démonstration précédente, la ligne AC remplacée par une certaine surface, circulaire par exemple : les rayons partis en même temps de tous les points de cette surface tomberont successivement sur le plan réfléchissant, et toutes les ondes sphériques qui naîtront des

Fig. 3.



points d'incidence, placés à l'intérieur de l'ellipse AB, auront un seul plan tangent commun BN.

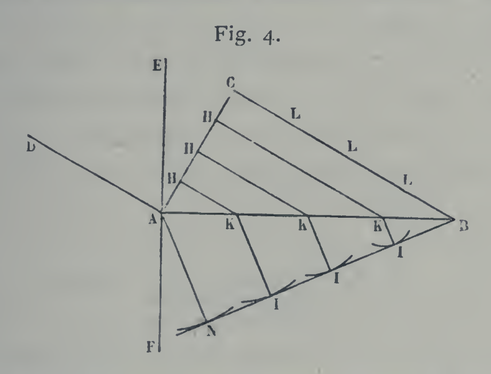
Chapitre III. — De la réfraction.

Comme la réfraction de la lumière doit dépendre de la manière dont les ondes lumineuses se propagent de l'air dans des corps, même solides, Huyghens rassemble d'abord toutes les raisons qu'il peut trouver pour faire admettre la présence de l'éther dans tous les milieux, et dans des conditions telles qu'il puisse y prendre isolément les mêmes mouvements vibratoires auxquels ont été attribuées, dans ce qui précède, les excitations lumineuses. Il dit entre autres choses que les pores des corps les plus durs occupent un volume bien plus considérable que la matière elle-même

Nous passons ces détails, parce que, même aujourd'hui, *adhuc sub judice lis est.*

Soient AB une droite qui représente la surface de séparation plane de deux milieux diaphanes, EF la normale à cette surface, AC la trace sur une onde, supposée plane, d'un plan passant par la normale EF et parallèle aux rayons incidents : pendant le temps que le rayon parti de C mettra à parvenir en B, l'onde

Fig. 4.



secondaire, ayant pour centre A, qui se propagera dans le milieu placé au-dessous de AB, acquerra un rayon AN différent de CB, et moindre par exemple, si la vitesse de propagation de la lumière dans le milieu inférieur est moindre que dans le milieu supérieur. De même le rayon parti de H arrivera en K au moment où celui qui est parti de C arrivera en L, et pendant le temps que mettra ce dernier rayon à venir en B, le rayon de l'onde secondaire, ayant pour centre K, qui se propagera dans le milieu inférieur, atteindra la longueur KI; toutes les circonférences suivant lesquelles le plan normal EAB coupera les ondes sphériques secondaires, auront pour tangente commune BN : cette tangente sera donc le lieu d'ébranlements lumineux plus consi-

dérables que partout ailleurs. L'onde, dans le second milieu, aura donc sa surface représentée par NB, ou bien les rayons incidents HK seront réfractés suivant KI.

Les angles des rayons incident et réfracté avec la normale sont CAB et ABN, dont les sinus sont entre eux comme CB et AN, donc les sinus des angles d'incidence et de réfraction sont entre eux comme les vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux.

Huyghens explique ensuite le phénomène connu sous le nom de réflexion totale ou intérieure; mais, l'explication étant la même dans toutes les théories, nous la passons.

Nous passons également le Chapitre IV intitulé : *De la réfraction atmosphérique.*

Chapitre V. — De la merveilleuse réfraction qui s'observe dans le cristal d'Islande.

Il y aurait presque outrecuidance à vouloir louer une œuvre à laquelle étaient nécessaires au plus haut degré les qualités les plus remarquables : la faculté d'observer utilement, c'est-à-dire de discerner les points sur lesquels l'étude doit porter; l'art de disposer les expériences de manière à obtenir des résultats suffisamment exacts, avec des instruments encore bien imparfaits; enfin la perspicacité dans le choix de l'hypothèse propre à rendre compte des faits et la persévérance à contrôler cette hypothèse, une fois admise, jusque dans ses conséquences les plus éloignées.

Huyghens dit simplement : « *Ubi explicueram refractionem diaphanorum vulgarium, ex emanatione sphærica luminis, ut supra, memet iterum applicui ad examinandam hujusce crystalli naturam, quæ antea plane me fugerat.* »

« Aussitôt que j'eus expliqué la réfraction ordinaire par la propagation des ondes sphériques, je m'appliquai à examiner les propriétés de ce cristal, qui, auparavant, m'étaient entièrement inconnues. »

Je pensai que les étonnantes réfractions que produit ce corps étaient d'autant plus dignes d'une soigneuse étude que seul il ne suit pas les règles usuelles, relativement aux rayons qui le traversent. Et j'étais poussé par une nécessité d'autant plus impérieuse à appliquer mon esprit à cette étude que les conditions dans lesquelles se fait la réfraction, dans ce cristal, semblaient renverser de fond en comble ma théorie des réfractions ordinaires. Et au contraire elle la confirme entièrement (*non parum*), puisqu'elle s'explique par les mêmes principes.

Voici d'abord les résultats des observations de Huyghens; ils diffèrent sensiblement de ceux auxquels Erasme Bartholin était parvenu par des moyens beaucoup plus primitifs. Nous n'entrons dans le détail d'aucune expérience.

Le cristal peut être clivé de manière à former un parallélépipède oblique à six faces égales. Les angles obtus de chaque face sont de 101°52′ et par conséquent les autres sont de 78°8′. (Les mesures plus modernes donnent 101°54′ et 78°6′.)

Deux angles trièdres opposés sont formés chacun de trois angles plans obtus, les six autres le sont d'un angle obtus et de deux angles aigus.

Le cristal d'Islande est sans couleur et aussi transparent que l'eau ou le cristal de roche.

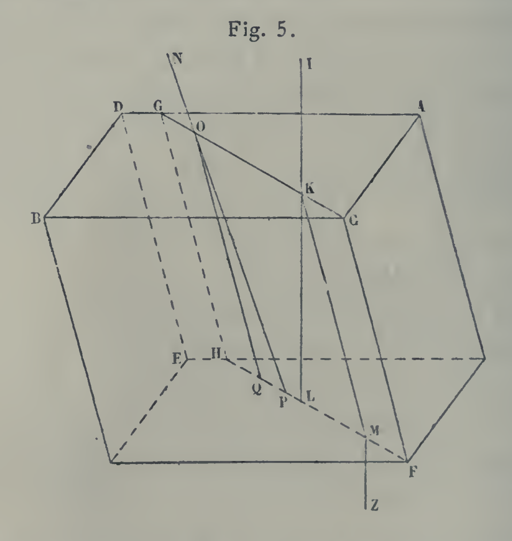
Les autres corps diaphanes ne présentent qu'une seule et simple réfraction; dans celui-ci, on en observe deux différentes, c'est-à-dire que les objets vus à travers paraissent doubles, ou qu'un

rayon de soleil tombant sur l'une des faces se divise en deux, qui traversent séparément le cristal.

C'est une loi générale pour tous les autres corps qu'un rayon tombant perpendiculairement sur une face ne subit aucune réfraction, tandis que tout rayon oblique est toujours rompu. Dans le cristal d'Islande, un rayon perpendiculaire est brisé, tandis que certains rayons obliques le traversent sans déviation.

Soient, dit Huyghens, C (*fig.* 5) l'un des trièdres formés de trois angles plans obtus, CG la bissectrice de l'un d'eux, BCA,

Fig. 5.



et GCFH la section faite dans le cristal par le plan mené par CG perpendiculairement à la face ACDB : Cette section ou toute autre parallèle prendra le nom de section principale du cristal. Cela posé, un rayon incident IK, perpendiculaire à la face ACBD se divisera en deux égaux (*bifariam dividetur*), l'un de ces deux

continuera sa route en ligne droite suivant KL et sortira définitivement dans la même direction, tandis que l'autre se dirigera d'abord suivant KM et sortira suivant MZ parallèle à IK.

D'autre part, si un rayon NO (toujours contenu dans le plan GCFH) fait avec CG un angle de 73°20′, il sera divisé en deux autres dont l'un traversera le cristal dans la direction OP du prolongement de NO, tandis que l'autre se réfractera suivant OQ.

Enfin tous les rayons dirigés autrement que suivant IK ou NO, mais dans le plan GCF, resteront dans ce plan, après s'être divisés, ce qui n'arriverait plus s'ils étaient compris dans d'autres plans normaux à ABCD, mais non parallèles à GCF, comme il sera dit plus tard.

Je m'attachai d'abord, continue Huyghens, à étudier celui des rayons réfractés qui paraissait suivre les lois ordinaires; je constatai que la loi des sinus se vérifiait toujours exactement, et que le rapport était de 5 à 3, bien plus grand que dans les autres cristaux ou dans le verre, (Huyghens indique les moyens qu'il a pris pour faire ces vérifications); quant à l'autre rayon je constatai que le rapport des sinus variait avec l'inclinaison du rayon incident.

Mais j'aperçus alors cette loi remarquable (*notabilem regulam*) que si deux rayons tels que SK et VK dirigés dans le plan principal GCFH (*fig.* 6) étaient également inclinés sur la normale, les rayons extraordinaires KX et KT, qui en provenaient, allaient rencontrer la base FH de la section en des points X et T également distants du point M, par où passerait le rayon extraordinaire provenant du rayon normal IK.

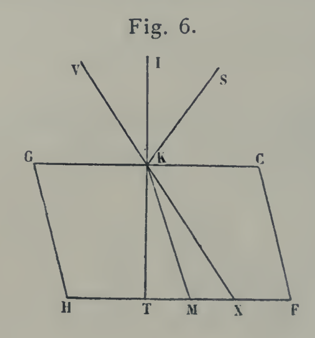
Huyghens indiquera plus tard les autres observations qu'il a faites sur la marche d'un rayon à travers le cristal d'Islande; il se

borne d'abord à ce qui se passe dans le plan principal GCFH et va en chercher l'explication.

Les ondes lumineuses qui se propagent dans le cristal ne peuvent plus être supposées sphériques; Huyghens espère qu'il suffira d'en modifier légèrement la figure pour rendre compte de tous les faits : il n'est porté à les supposer ellipsoïdales que par la simplicité de l'hypothèse, mais cette hypothèse s'adaptera merveilleusement à tous les faits.

Il remarque d'abord que, quel que soit le point de l'intérieur du

Fig. 6.

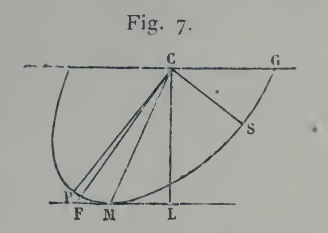


cristal qui devienne le centre d'un ébranlement, l'onde engendrée aura toujours la même figure; que la surface de cette onde devra être coupée en deux parties symétriques par le plan principal GCH, par exemple; mais que les trois sections principales passant par le point C, ou tout autre point considéré comme le sommet d'un angle trièdre égal et parallèle à CABF (*fig.* 5) jouissent exactement des mêmes propriétés; que par conséquent la surface de l'onde doit être symétrique par rapport à chacun des plans de ces trois sections; qu'il y a donc lieu de la supposer de révolution autour de l'intersection commune de ces trois plans;

il détermine la position de cet axe de révolution et trouve qu'il fait avec CG, par exemple, (*fig.* 5), un angle de 45° 20′.

Considérons donc la section par le plan principal GCF de la surface d'une onde ayant son centre en C : cette section (*fig.* 7) sera une ellipse ayant l'un de ses axes CS incliné de 45°20′

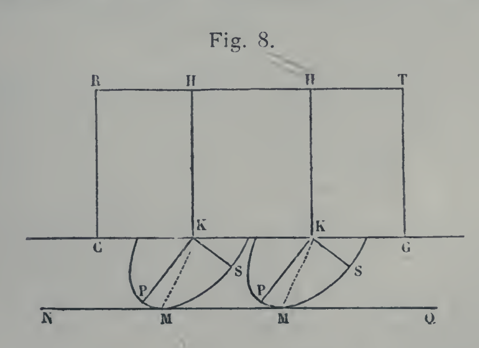
Fig. 7.



sur CG, et l'autre dirigé suivant CP. Il s'agit avant tout de déterminer le rapport des axes CS et CP, qui est le rapport inverse des vitesses de propagation de la lumière dans les deux sens de ces axes. Une seule observation y suffira :

Soit TR (*fig.* 8) la section par le plan GCF d'une onde formée

Fig. 8.



par des rayons dirigés dans le plan GCF perpendiculairement à GC. Chaque rayon HK en parvenant à la surface du cristal donne

naissance à une onde semblable à CGSFP (*fig.* 7); toutes ces ondes ont pour tangente commune, dans le plan GCF, une droite QN parallèle à TR, qui est la trace du même plan GCF sur la surface de l'onde transmise dans l'intérieur du cristal. Soit M le point de contact de QN avec l'onde secondaire dont le centre est K. Le rayon incident HK se réfracte donc extraordinairement suivant KM.

Mais l'expérience donne l'angle de KM avec le prolongement de HK; cet angle est de 6°40′, on connaît donc, dans la *fig.* 7, l'angle MCLCL (étant perpendiculaire à CG et LM représentant la tangente menée à l'ellipse SCP parallèlement à GC). Cette ellipse est donc déterminée de figure : Huyghens trouve que

CM étant représenté par	100 000
CP l'est par	105 032
CS par	93 410
et CG par	98 779

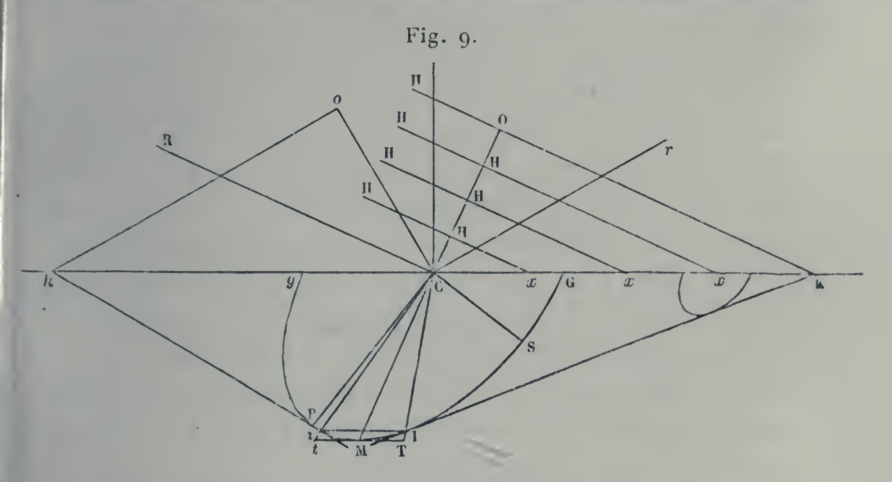
Ainsi CS est le petit axe et l'onde ellipsoïdale est engendrée par l'ellipse SCP tournant autour de son petit axe SC.

Considérons maintenant un rayon contenu toujours dans le plan principal GCF de la figure 6, mais tombant obliquement sur la surface du cristal; soient (*fig.* 9) RC ce rayon et GSMP*g* la section, par le plan de la figure, de l'onde qui se sera formée autour du point C, dans le cristal, au bout d'un certain temps. Pour construire le rayon réfracté CI, il faudrait connaître le point K où la tangente en I viendrait couper CG. Cette droite KI serait aussi tangente aux sections, par le même plan, des ondes sphéroïdales qui se seraient formées pendant le même temps autour des centres *x*, points d'incidence des rayons HH paral-

lèles à RC, l'onde qui tendrait à se former autour du point K n'ayant encore pris aucun développement : c'est-à-dire, OK étant le chemin parcouru par la lumière, en dehors du cristal, pendant le temps nécessaire à l'onde formée autour du point C pour atteindre le développement GSMP*g*.

Ainsi cette longueur OK serait nécessaire à connaître : elle

Fig. 9.



résultera d'observations qui seront faites plus tard. Huyghens l'appelle N, c'est actuellement une donnée hypothétique. Sa longueur est de 156962 des parties dont CM contient 100000, comme on le verra plus tard.

En résumé, si l'on mène du point K, déterminé par la longueur OK, la tangente KI à l'ellipse GSMP*g*, CI sera le rayon RC réfracté.

Considérons un autre rayon *r*C, placé de l'autre côté de la normale en C : on déterminera de la même manière sa marche à travers le cristal en élevant C*o* perpendiculaire à C*r*, inscrivant *ok* égale

à N, dans l'angle oCk, perpendiculairement à Co, et menant du point k la tangente ki à l'ellipse gPMSG. Ci sera le rayon réfracté.

Cela posé, si les rayons incidents CR et Cr sont également inclinés sur la normale en C, CK et Ck étant égales, les coordonnées des points I et i, rapportés aux deux diamètres conjugués CG et CM, seront respectivement égales, Ii sera parallèle à Gg, et divisée en deux parties égales par CM; les rayons réfractés CI, Ci iront donc percer la tangente en M en des points T, t, également distants de M. En d'autres termes : deux rayons contenus dans le plan principal, tombant en un même point de la surface supérieure du cristal, et également inclinés sur la normale en ce point, se réfractent, extraordinairement, dans le plan principal et vont percer la face inférieure du cristal en deux points également éloignés de la trace, sur cette même face inférieure, du chemin qu'aurait suivi dans le cristal un rayon normal, pénétrant au même point et réfracté extraordinairement; l'hypothèse admise s'accordait donc merveilleusement avec une loi remarquable, reconnue expérimentalement.

Quant à la loi même suivant laquelle se fait la réfraction extraordinaire, elle résulte de la construction : décrivons un cercle sur Gg comme diamètre, marquons le point R où le rayon incident RC rencontre ce cercle et comparons les coordonnées orthogonales de R dans ce cercle, et les coordonnées du point I dans l'ellipse, supposée rapportée aux diamètres conjugués CG et CM (*fig.* 10).

Les deux triangles rectangles RCV et CKO étant semblables,

$$\frac{\mathrm{CV}}{\mathrm{CR}} = \frac{\mathrm{KO}}{\mathrm{CK}};$$

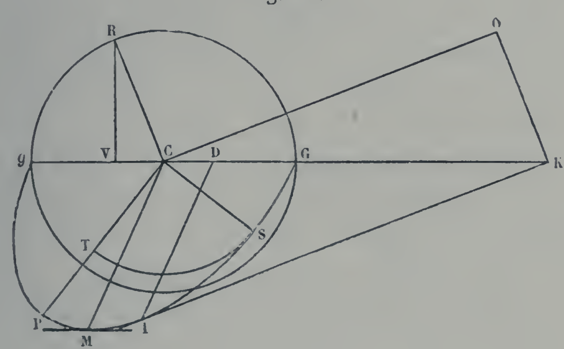
ou, en remplaçant CR par CG et KO par N,

$$\frac{CV}{CG} = \frac{N}{CK};$$

mais, en raison d'une propriété connue de la tangente à l'ellipse,

$$\overline{CG}^2 = CD \times CK,$$

Fig. 10.



d'où

$$CK = \frac{\overline{CG}^2}{CD};$$

et, en substituant à CK sa valeur,

$$\frac{CV}{CG} = \frac{N.CD}{\overline{CG}^2},$$

d'où

$$\frac{CV}{CD} = \frac{N}{CG};$$

c'est-à-dire : l'abscisse du point R dans le cercle gRG, rapporté au diamètre gG et au diamètre dirigé suivant le rayon qui tomberait normalement, est à l'abscisse du point I dans l'ellipse

*g*PSG, rapportée au même diamètre *g*G et à son conjugué, qui est le rayon normal réfracté, comme la vitesse de propagation de la lumière dans l'air est à la vitesse de propagation de l'onde dans le cristal, évaluée parallèlement à CG. — Cette loi reproduirait évidemment celle des sinus, si l'onde ellipsoïdale redevenait sphérique, c'est-à-dire si CS redevenait égal à CP.

Ajoutons encore, dit Huyghens, que pendant le temps que met l'onde ellipsoïdale, qui produit la réfraction extraordinaire, à acquérir les dimensions de l'ellipse GSP*g*, l'onde sphérique à laquelle est due la réfraction ordinaire atteindrait justement la dimension de la sphère décrite de C comme centre avec CS pour rayon. Il parvient à ce résultat par la considération de la déviation, obtenue expérimentalement, de la portion du rayon RC qui est réfractée ordinairement. Effectivement, le rayon réfracté ordinairement étant connu, on peut en déduire la grandeur du rayon du cercle de centre C, auquel il faudrait mener une tangente du point K, pour que le rayon mené au point de contact coïncidât avec le rayon réfracté. Huyghens fait le calcul, trouve que CS satisfait à la condition et conclut : « *Itaque parum et forte nil abest quin sit sphæra* ST *quam facit lumen pro refractione regulari in crystallo, dum ibidem sphæroidem* GSP*g efficit pro refractione irregulari et dum sphæram radio* N *in aere extra crystallum.* » C'est-à-dire : c'est pourquoi il s'en faut de peu et probablement de rien que ce ne soit la sphère ST que fasse la lumière, pour la réfraction ordinaire dans le cristal, pendant qu'elle produit le sphéroïde GSP*g*, pour la réfraction irrégulière, et la sphère de rayon N dans l'air.

Huyghens a déjà dit que l'expérience montre qu'un rayon qui fait avec CG, dans le plan principal, l'angle de 73° 20′ traverse le

cristal sans subir de déviation. On pourrait chercher directement ce rayon en se servant de la loi suivant laquelle se fait la réfraction extraordinaire, c'est-à-dire de la proportion

$$\frac{CV}{CD} = \frac{N}{CG};$$

il suffirait d'y ajouter la condition que les angles du rayon incident r C et du rayon réfracté Ci (*fig.* 9) avec la normale au point C fussent égaux. Mais Huyghens se borne à déterminer la direction du rayon extraordinaire provenant du rayon qui fait avec CG l'angle de 73° 20′, fourni par l'expérience; c'est-à-dire qu'il calcule l'angle iCg, et constate qu'il est bien égal à 73° 20′.

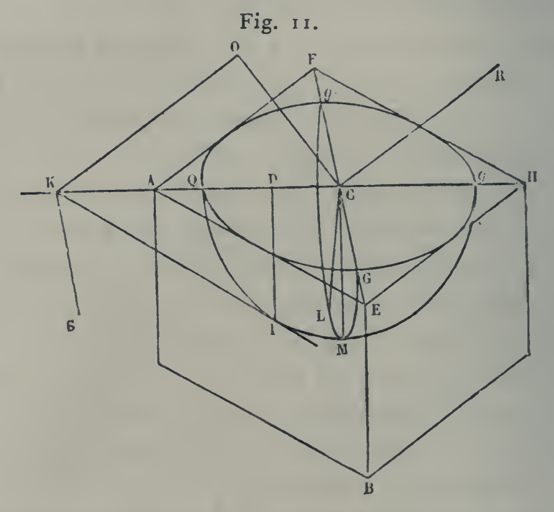
Jusqu'ici, le rayon incident a toujours été supposé dans le plan principal; Huyghens va maintenant le supposer dans un plan quelconque perpendiculaire à la face ACBD (*fig.* 5) du cristal. Mais il examine d'abord le cas où ce plan serait perpendiculaire au plan principal. En supposant le cristal clivé de façon que sa face supérieure soit un losange exact, ce plan passera par les sommets des deux angles aigus du losange.

Soit AFHE (*fig.* 11) ce losange dont les angles F et E sont les angles obtus, A et H les angles aigus, le plan considéré est donc le plan mené par AH perpendiculairement à la face AFHE. Soit RC le rayon incident :

L'ébranlement lumineux parvenu en C va se propager dans le cristal suivant une onde ellipsoïdale que nous connaissons déjà, puisqu'elle est de révolution autour de la parallèle à l'axe du cristal menée par le point C, et que nous connaissons, par ce qui précède, la figure de sa section méridienne par le plan FEB. Supposons pour fixer les idées que cette onde ait déjà pris un déve-

loppement tel que sa section par le plan FEB soit inscrite dans le losange AFHE. Soit QGqg cette section; figurons aussi la section de la même onde par le plan principal FEB; soit GMLg cette section, où CL représente la normale au plan AEHF et CM la direction dans laquelle se réfracterait extraordinairement le

Fig. 11.



rayon normal tombant en C, l'angle LCM est de 6° 40′; enfin, l'axe de révolution de l'ellipsoïde est dans le plan GMLg et QC est perpendiculaire à ce plan; QC est donc un second axe de l'ellipsoïde et il est égal au troisième, qui était représenté par CP, dans la *fig.* 9 par exemple; le rapport de Gg à Qq est donc connu par ce qui précède; c'est celui de 98 779 à 105 032.

Ainsi l'onde ellipsoïdale qui nous occupe est parfaitement connue, mais remarquons encore que le plan tangent à cette onde en M serait parallèle à la face AFHE. En effet, comme ce point est sur une méridienne, le plan qui y touche la surface est

perpendiculaire au plan méridien, c'est-à-dire parallèle à AH, et de plus nous savons que la tangente en M est parallèle à G*g* (*fig.* 9).

Cela posé, soit toujours N le chemin que parcourrait en ligne droite la lumière, dans l'air, pendant le temps nécessaire à l'onde pour acquérir le développement considéré, dans le cristal; élevons en C, dans le plan RCH, une perpendiculaire CO à CR, insérons dans l'angle OCA la perpendiculaire OK à OC, ayant la longueur N, ce qui fera connaître le point K, puis menons KS parallèle à *g*G : si par KS nous menons un plan tangent à la surface de l'ellipsoïde, le point de contact I appartiendra au rayon réfracté qui, ainsi, sera dirigé suivant CI.

Or ce point I est facile à obtenir par les considérations suivantes : puisque les axes de l'ellipse QG*qg* sont Q*q* et G*g*, les tangentes qu'on lui mènerait en Q et en *q* seraient parallèles à G*g*; d'un autre côté, la tangente en M à l'ellipse GML*g* est aussi parallèle à G*g*, donc si par les trois points Q, M, *q* on fait passer un plan, la section de la surface de l'onde par ce plan sera la courbe de contact du cylindre circonscrit à cette surface, parallèlement à G*g*, et par conséquent elle contiendra le point cherché I.

Mais cette section QM*q* est complètement déterminée puisqu'on en connaît les deux demi-axes QC et CM, de grandeur et de position; et si l'on veut avoir le point I, il n'y a qu'à prendre la troisième proportionnelle DC à KC et à QC et à mener DI parallèle à CM. Le point I étant ainsi construit, CI sera le rayon réfracté extraordinairement que produira RC.

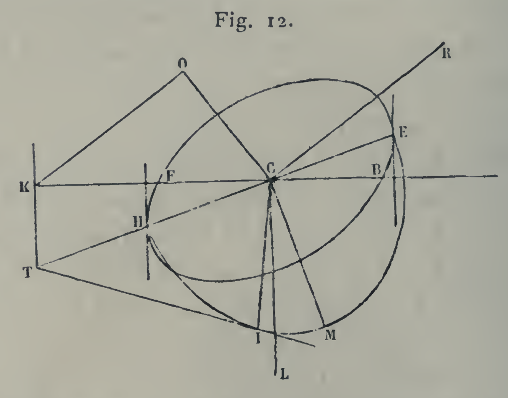
Ainsi le rayon réfracté, dans ce cas, est contenu dans le plan QCM, c'est-à-dire qu'il est en dehors du plan d'incidence RCL. Il est à remarquer que, si le rayon incident se déplaçait dans le

plan RCL, le rayon réfracté extraordinairement resterait dans le plan QMq.

Considérons enfin un rayon RC (*fig.* 12) dirigé d'une manière quelconque, par rapport à la même face supérieure du cristal.

Figurons encore l'ellipse d'intersection de cette face par l'onde formée autour du point C, au bout d'un certain temps : soient BF la projection orthogonale de CR sur le plan de cette ellipse;

Fig. 12.



CO la perpendiculaire à CR dans le plan RCB, et OK la perpendiculaire à OC, dont la longueur soit le chemin N que la lumière parcourrait en ligne droite, dans l'air, pendant le temps nécessaire à l'onde pour acquérir le développement supposé; enfin soient toujours CL le rayon vertical de l'onde et CM la droite suivant laquelle un rayon vertical tombant en C se réfracterait extraordinairement : pour obtenir le rayon extraordinaire provenant de RC, il faudrait, par la droite KT, qui est la perpendiculaire à BFK, contenue dans le plan de la face supérieure, mener un plan tangent à la surface de l'onde et joindre le point de contact I au point C.

Or le point I se trouvera comme précédemment; en effet, si l'on mène à l'ellipse CBF deux tangentes parallèles à KT, qui la touchent en H et E, comme la parallèle à KT menée par le point M serait aussi tangente à la surface de l'onde, puisque le plan mené par M parallèlement au plan de la face supérieure du cristal serait tangent en ce point M à la surface de l'onde, il en résulte que la section de l'onde par le plan HME serait la courbe de contact, avec cette onde, du cylindre qui lui serait circonscrit parallèlement à KT; donc le point cherché I se trouvera sur cette section HME. Par conséquent, si l'on mène la tangente TI à cette section, CI sera le rayon RC réfracté extraordinairement.

Comme dans le cas précédent, la même section HME servirait pour tous les rayons contenus dans le même plan d'incidence que RC. On voit d'ailleurs que le rayon extraordinaire ne se trouvera jamais dans le plan d'incidence.

Il nous resterait à expliquer comment Huyghens obtient la longueur N, ou plutôt son rapport à un rayon désigné de l'onde ellipsoïdale, mais la question ne présente aucune difficulté théorique; dans la *fig.* 9, par exemple, l'ellipse *g*PMSG est absolument déterminée, si l'on suppose que le point M se trouve sur la face inférieure du cristal. Or, si l'on se donne le point T sur cette face inférieure, et qu'on cherche à l'apercevoir dans une direction passant par C, on connaîtra CR; d'un autre côté, ayant tracé sur le papier l'ellipse *g*MG et ayant marqué le point T, on n'aura qu'à joindre CT pour avoir le point I; menant alors la tangente en I à l'ellipse, on connaîtra le point K, duquel on abaissera KO perpendiculaire à la droite CO, qu'on aura menée perpendiculairement à la ligne CR, préalablement rapportée sur le papier : OK aura la longueur N. Au lieu d'une construction,

on pourrait aussi bien faire un calcul. Nous n'insistons pas, parce que, du temps d'Huyghens, les résultats des mesures ne pouvaient être que très peu approchés.

Tous les faits étant soumis à une même théorie, il restait à s'assurer que les résultats d'observations directes concorderaient exactement avec les prévisions fournies par les règles déduites de cette théorie; un certain nombre fort restreint d'expériences avaient servi à déterminer les constantes indispensables pour formuler les lois : toutes les autres expériences devaient donner des résultats identiques à ceux que les lois formulées pourraient fournir au moyen de calculs ou de constructions.

Huyghens n'avait pas manqué, dans le cours de ses recherches théoriques, de soumettre ses inductions à de nombreuses vérifications; mais, une fois en possession de si belles lois, il sentit, d'autant plus vivement, le besoin de les comparer de toutes les manières possibles aux faits eux-mêmes, pour leur obtenir un assentiment universel.

C'est dans cette nouvelle tâche qu'il se montre physicien accompli, choisissant toujours, avec l'habileté la plus remarquable, les moyens les plus avantageux de disposer les observations pour obtenir les approximations les plus grandes, avec le faible secours des instruments de mesure dont il pouvait disposer.

Investigavi, dit-il, *hunc in modum singulatim phænomena quæque refractionis irregularis hujusce crystalli, ut certior fierem an ea omnia, quæ ex hypothesi nostra sequuntur, cum observationibus revera convenirent. Quod cum ita sit, non mediocre argumentum est veritatis principiorum nostrorum.*

C'est-à-dire :

« J'ai examiné un à un, de cette manière, tous les phénomènes de réfraction singulière présentés par ce cristal, afin de m'assurer que tous ceux qui résultent de mon hypothèse s'accordent parfaitement avec les observations. Et comme il en est ainsi, ce n'est pas un médiocre argument en faveur de la vérité de mes principes. »

Non seulement il multiplia les observations sur le cristal d'Islande, qu'il tailla ensuite de toutes les manières possibles, pour varier les moyens de vérification, mais comme il soupçonnait avec raison que les propriétés de ce cristal ne devaient pas lui appartenir exclusivement, il étendit ses recherches à un grand nombre d'autres pierres transparentes, et vérifia que, selon ses prévisions, beaucoup d'entre elles présentaient des phénomènes analogues, avec cette différence que le rayon extraordinaire se distinguait souvent avec peine du rayon ordinaire.

Ce beau et grand travail aurait dû fixer immédiatement l'admiration ; mais il devançait peut-être encore plus l'époque où il parut que le Traité d'Archimède sur l'équilibre d'un conoïde parabolique flottant.

Heureusement, l'impression l'a sauvé de l'oubli, tandis que le Traité d'Archimède ne nous est parvenu que mutilé et défiguré par les copistes et les traducteurs.

Nous avons déjà dit que Huyghens avait découvert les premiers phénomènes de polarisation. Voici comment il y parvint :

Il plaça deux prismes de spath l'un sur l'autre, de façon que la lumière dût les traverser successivement.

Il observa alors le phénomène suivant : lorsque les deux prismes avaient leurs sections principales parallèles, les rayons

qui sortaient du premier traversaient le second sans être modifiés, c'est-à-dire que chaque rayon restait ordinaire ou extraordinaire. Mais lorsque les sections principales étaient rectangulaires, le rayon qui avait subi l'une des deux réfractions dans le premier prisme subissait l'autre dans le second. Enfin, si l'un des deux prismes était placé, par rapport à l'autre, dans une position intermédiaire aux deux précédentes, chacun des rayons qui sortait du premier prisme se divisait en deux dans le second, ce qui donnait ainsi quatre rayons d'éclats inégaux.

Huyghens ne put expliquer ces nouvelles particularités; il se contenta de signaler le fait, qui, du reste, resta presque inconnu jusqu'au moment où Malus s'en occupa et le rattacha aux autres propriétés de la lumière polarisée.

Tout porte à croire que Huyghens supposait aux mouvements vibratoires de l'éther la direction même du rayon lumineux; il ne s'explique pas à cet égard. On sait que, pour expliquer les phénomènes de polarisation, Fresnel et Arago reconnurent la nécessité de supposer aux vibrations une direction perpendiculaire au rayon : on comprend donc que Huyghens n'ait pas pu expliquer les derniers phénomènes qu'il avait observés.

L'étude que j'ai faite des ouvrages de Huyghens m'a inspiré pour son génie une admiration telle que je craindrais de dire mon sentiment tout entier. Mais je trouve dans l'*Histoire de la Physique* de Poggendorff des appréciations qui se rapprochent tellement des miennes que je ne résiste pas à la tentation de les reproduire :

« Les explications données par Huyghens de la réflexion et de la réfraction de la lumière dans les milieux non cristallisés, ainsi

que de la bifurcation des rayons dans le spath et dans les cristaux semblables, étaient si complètes, qu'il semble que sa théorie aurait dû être acceptée avec empressement par les physiciens de son temps. Ce fut le contraire qui arriva. La fatalité voulut que, quelques années plus tôt, son grand contemporain et son rival, Newton, s'appuyant surtout sur les recherches qu'il avait faites sur les prismes, et sans doute aussi encouragé par le succès de sa théorie de la gravitation, établît ou prît sous sa protection une théorie de la lumière directement opposée .... Cette théorie s'établit bientôt d'une manière inébranlable dans tous les esprits. Personne, soit par timidité, soit par respect pour l'auteur, n'osa élever le moindre doute sur son exactitude.

« C'est alors que Huyghens parut avec sa théorie des ondulations, et celle-ci, qui dans toute autre circonstance aurait trouvé des partisans, demeura complètement méconnue.

« On s'explique que Newton et ses contemporains aient à ce point méconnu le mérite de Huyghens. Mais ce qu'on ne conçoit pas, c'est que la postérité ait continué cette injustice; c'est que, pendant plus d'un siècle, il ne se soit pas trouvé un homme qui se soit donné la peine d'étudier à fond la théorie de Huyghens et de la comparer à celle de Newton. C'est là certainement une tache dans l'histoire de la Physique et une preuve éclatante de l'influence funeste que peut exercer un grand esprit sur les générations qui lui succèdent, lorsque son autorité va jusqu'à empêcher toute recherche impartiale.

« La théorie des ondulations n'est pas, il est vrai, aussi solidement établie que celle de la gravitation, en ce qu'elle repose sur l'existence *hypothétique* d'un fluide élastique impondérable, l'éther, qui remplirait tout l'espace. Mais, à tout autre point de

vue, elle peut rivaliser avec la théorie de la gravitation, qu'elle surpasse même sous beaucoup de rapports. Elle donne, en effet, de la plupart des phénomènes lumineux une explication tout aussi complète que celle que la théorie de la gravitation donne des mouvements des corps célestes, et, d'un autre côté, les phénomènes lumineux que la théorie des ondulations explique sont beaucoup plus nombreux et plus variés que les phénomènes que présentent les mouvements des corps célestes, phénomènes qui sont tous du même ordre [1]. »

Et Poggendorff, dans les hommages qu'il rend à Huyghens, ne tient pas compte des découvertes mécaniques de ce grand homme!

[1] L'*Histoire de la Physique* de Poggendorff a été très bien traduite en français par MM. Bibart et de la Quesnaie, professeurs agrégés de l'Université. J'y trouve quelques défauts : beaucoup trop de détails et beaucoup trop peu de théorie (les deux grands travaux d'Huyghens sont résumés en trois pages et les moindres en une multitude). J'y trouve aussi quelques erreurs : Cardan est présenté comme l'inventeur du calcul des imaginaires, auquel il n'avait rien compris ; Galilée l'est comme l'inventeur du principe de l'indépendance des effets des forces simultanées ; la longueur du pendule simple isochrone à un pendule composé y est formulée par

$$\frac{\Sigma mr^2}{\Sigma mr};$$

etc; j'y remarque aussi quelques omissions : les articles relatifs à Ferrari et à Bombelli ne mentionnent pas, le premier, la résolution de l'équation du quatrième degré, et, le second, celle du cas irréductible.

Mais il n'y a pas d'ouvrage sans défauts, et, en somme, l'*Histoire de la Physique* de Poggendorff est très bonne et très intéressante à lire. Quelques jugements paraissent contestables, mais l'ouvrage contient les documents nécessaires pour les réformer au besoin.



BARROW (ISAAC).

(Né à Londres en 1630, mort en 1678.)

Il visita, de 1655 à 1659, la France, l'Italie, l'Asie Mineure et Constantinople.

De retour en Angleterre, il fut nommé d'abord professeur de grec à Cambridge (1660), puis successivement professeur de philosophie à Gresham (1662), membre de la société royale de Londres (1663) et professeur de Mathématiques à l'Université de Cambridge (1664), où il eut pour élève Newton, à qui il céda sa chaire en 1669.

Ses principaux ouvrages sont : *Lectiones opticæ et geometricæ* (1674), *Lectiones habitæ in scholis* (1684) et des traductions d'Archimède, d'Euclide, d'Apollonius et de Théodose.

Il s'occupa beaucoup de théologie à partir de 1669, devint chapelain de Charles II en 1670 et chancelier de l'Université de Cambridge en 1675 ; il fut inhumé dans l'église de Westminster.

Sa méthode pour la détermination des tangentes mérite un examen spécial.

Au point de vue des anciens, la tangente à une courbe en un de ses points était la droite menée de ce point en dehors de la courbe, c'est-à-dire, dans le langage moderne, située tout entière, ou au moins dans une certaine étendue à partir du point de contact et dans les deux sens, du côté de la convexité de la courbe. La question, pour les anciens, consistait donc à tirer du procédé graphique fourni par la définition de la courbe pour en construire les points successifs, la condition pour que ces points fussent tous d'un même côté d'une droite menée par le point où l'on voulait obtenir la tangente. C'est ainsi que procédèrent Euclide

pour la détermination de la tangente au cercle, Archimède et Apollonius pour la construction des tangentes aux coniques; et cette méthode subsista seule jusqu'à Descartes.

La méthode de Descartes pour la détermination des tangentes, telle qu'elle est exposée dans sa *Géométrie*, ne doit pas être jugée en elle-même. C'est un impromptu que l'auteur a négligé de remplacer par une méthode plus simple, plus naturelle et fondée sur les mêmes principes, dont la substitution ne lui aurait coûté aucune peine; mais Descartes avait toujours hâte d'abandonner les questions résolues et de marcher en avant; d'ailleurs, il n'a jamais professé, c'est-à-dire il n'a jamais eu à rechercher la voie la plus simple pour produire l'évidence.

Quoi qu'il en soit, cette méthode, développée aussitôt par les disciples du maître et ramenée au degré de simplicité qu'elle comporte pouvait être considérée comme donnant la solution complète du problème des tangentes aux courbes algébriques, mais elle ne fournissait rien relativement aux courbes transcendantes ou méchaniques.

La méthode de Fermat consistait à déterminer la normale à la courbe par la condition que la distance d'un point de l'axe des x (qui serait alors l'extrémité de la normale), au point donné de la courbe, fût un maximum ou un minimum. Cette méthode, plus indirecte et moins simple que celle de Descartes, avait les mêmes inconvénients, relativement aux courbes transcendantes.

Roberval était revenu en partie à la méthode des anciens, en la transformant toutefois d'une façon heureuse, par la substitution du mode continu de génération de la courbe à la manière de la construire par points isolés, ce qui était un nouvel acheminement vers la méthode infinitésimale.

Mais la méthode de Roberval était bien difficile à appliquer utilement.

A la vérité, dans la question spéciale de la cycloïde, qui avait surtout préoccupé Roberval, Descartes était allé de suite au fond des choses et avait résolu d'un mot toutes les questions analogues par l'énonciation de ce principe : la normale à une roulette quelconque en un quelconque de ses points passe toujours au point de contact correspondant de la courbe roulante et de la courbe sur laquelle elle roule.

Mais ce n'était là qu'une méthode propre à une classe particulière de courbes.

La question restait donc entière, sous certains rapports. C'est à Barrow qu'on en doit la solution définitive, sauf les difficultés peu considérables de calcul que peut présenter chaque exemple.

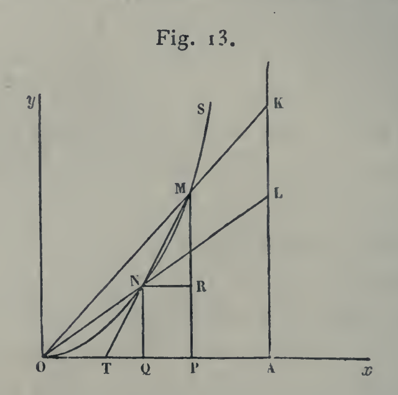
Sa méthode fondée sur la similitude du triangle formé par l'ordonnée du point de contact, la tangente et la sous-tangente, et du triangle infinitésimal formé par un arc infiniment petit de la courbe, compté à partir du point de contact, et les différences respectives des coordonnées des extrémités de cet arc, cette méthode constitue véritablement le premier chaînon, soit de la méthode différentielle, soit de la méthode des dérivées. Il ne restera plus qu'à instituer les procédés de calcul nécessaires pour obtenir facilement le rapport des accroissements infiniment petits correspondants de l'ordonnée et de l'abscisse d'une courbe, c'est-à-dire d'une fonction et de sa variable.

Au reste, Barrow ne s'était pas borné à l'indication d'une méthode en quelque sorte virtuelle, il avait appliqué cette méthode à divers exemples, dont nous nous bornerons à citer le suivant, en ayant soin de reproduire exactement son argu-

mentation, mais sans nous astreindre à suivre ses notations.

Soit (*fig.* 13) une courbe OMS définie par la condition que si l'on joint l'origine O à un de ses points M et qu'on prolonge OM

Fig. 13.



jusqu'à sa rencontre en K avec une parallèle AK à l'axe des y, menée à la distance $x = k$, on ait constamment

$$OM = AK;$$

l'équation de la courbe serait

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{ky}{x},$$

mais Barrow n'en a pas besoin et ne la cherche pas.

Soit N un point de la courbe infiniment voisin du point M ; représentons ses coordonnées par $y - a$ et $x - e$, de sorte que $a = MR$ et $e = NR$. Soit d'ailleurs T le pied de MN sur l'axe des x, la limite de TP sera la sous-tangente à la courbe en M et c'est cette limite qu'il s'agit de trouver. Barrow la représente par t.

Si l'on joint ON et qu'on prolonge cette droite jusqu'à sa ren-

contre en L avec AK, comme le point N appartient à la courbe, on aura par définition

$$\overline{OQ}^2 + \overline{QN}^2 = \overline{AL}^2$$

ou

$$(x-e)^2 + (y-a)^2 = \overline{AL}^2 = x^2 + y^2 - 2ex - 2ay$$

en négligeant ce qui est négligeable (*abjectis abjiciendis*); d'un autre côté, les triangles semblables ONQ, OLA donneront

$$\frac{y-a}{x-e} = \frac{LA}{k}$$

d'où

$$LA = \frac{k(y-a)}{x-e}.$$

On aura donc, en remplaçant LA par sa valeur dans l'équation précédente,

$$x^2 + y^2 - 2ex - 2ay = \frac{k^2(y^2 - 2ay)}{x^2 - 2ex},$$

abjectis abjiciendis, dans le second membre.

Si maintenant, en chassant le dénominateur, on remarque que

$$x^2(x^2 + y^2) = k^2y^2,$$

puisque le point (x, y) appartient à la courbe, dont l'équation, connue ou inconnue (c'est là le trait saillant de la démonstration), doit se déduire de la précédente en faisant a et e nuls, on réduira l'équation à

$$2ex(x^2 + y^2) + 2ex^3 + 2ayx^2 = 2k^2ay,$$

$$(\textit{abjecto } 2ex(2ex + 2ay) \textit{ quod abjiciendum est}).$$

Enfin, si l'on tient compte de la similitude des triangles MNR

et MTP, qui donnent

$$a : e :: y : (\text{TP} = t),$$

et, qu'en conséquence on remplace a par y et e par t, il viendra

$$t(2x^3 + xy^2) = k^2y^2 - x^2y^2$$

d'où

$$t = \frac{k^2y^2 - x^2y^2}{2x^3 + xy^2}.$$

Il est évident que la méthode s'appliquerait à tous les cas, pourvu que les calculs fussent possibles.

Les *lectiones opticæ* de Barrow sont également remarquables à divers titres. Barrow y pose nettement le principe alors nouveau que l'image d'un point d'un objet, vu par réflexion ou par réfraction, est le point de concours de quelques rayons émanés de ce point, et que, par conséquent, l'image totale de l'objet est le lieu de ces points de concours.

Il se sert ensuite de son principe pour déterminer l'image d'un point placé arbitrairement par rapport à un miroir courbe ou par rapport à une lentille.



AUZOUT (ADRIEN).

(Né à Rouen vers 1630, mort en 1691.)

Inventeur du micromètre à fils mobiles pour mesurer les diamètres apparents des astres. Il partage avec Picard l'honneur d'avoir appliqué des lunettes mobiles aux cercles divisés. On a de lui un *Traité du micromètre*, des *Lettres sur les grandes lunettes*, et d'autres mémoires moins importants.

Huyghens avait le premier imaginé de munir les lunettes

astronomiques d'un appareil propre à fournir les mesures des diamètres apparents des astres. Il plaçait au foyer commun de l'objectif et de l'oculaire un écran percé d'une ouverture circulaire, dont le diamètre apparent, relativement à la position occupée par l'œil, était déterminé une fois pour toutes au moyen du temps employé par une étoile pour traverser ce diamètre; il introduisait par une ouverture latérale, dans le plan de l'écran, une petite lame métallique de la largeur voulue pour couvrir exactement l'astre observé, et en comparant cette largeur au diamètre réel du disque circulaire, il en concluait le diamètre apparent de l'astre, par une simple proportion.

Le marquis de Malvasia avait depuis imaginé de placer au foyer de la lunette un réticule composé de fils croisés à angles droits et divisant le champ en petits quarrés dont la largeur apparente était déterminée d'avance, comme la largeur apparente du disque employé par Huyghens.

Auzout conserva les fils verticaux du réticule de Malvasia, ainsi que le principal fil horizontal; mais il imagina d'adjoindre à ce réticule fixe un seul fil vertical porté par un châssis, mobile au moyen d'un pas de vis, de façon à pouvoir comprendre exactement l'astre observé entre un des fils fixes et le fil mobile parallèle. La distance apparente des deux fils était d'ailleurs fournie, à très peu près exactement, par le nombre de tours et la fraction de tour de la tête de la vis, nécessaires pour amener les deux fils en coïncidence.

Ces faits sont établis dans un mémoire de de Lahire inséré dans le *Recueil de l'Académie des Sciences* pour 1717. Et Lahire n'avait pas seulement entendu parler des instruments qu'il décrit, il s'en était servi avec Auzout et Picard

RICHER (JEAN).

(Né vers 1630, mort à Paris en 1696.)

Il fut chargé en 1671 par l'Académie des Sciences, dont il était membre, d'aller à Cayenne pour déterminer plus exactement qu'on ne l'avait fait jusqu'alors les parallaxes du Soleil, de la Lune et de Mars, ainsi que l'obliquité de l'écliptique.

Il rapporta de son voyage cette découverte inattendue, que le pendule à secondes n'a pas la même longueur à toutes les latitudes.

Arrivé à Cayenne, il vit avec étonnement que son horloge, quoiqu'il eût donné au pendule la même longueur qu'en France, retardait tous les jours d'environ deux minutes et demie sur le mouvement moyen du Soleil, en sorte qu'il fallut, pour rétablir l'accord, raccourcir le pendule d'une ligne et un quart. Pour plus de certitude, Richer rapporta en France son pendule ainsi raccourci, et il se trouva en effet qu'il était plus court d'une ligne et quelque chose que celui qui battait la seconde à l'Observatoire de Paris.

On fut très étonné en France du phénomène annoncé par Richer, mais il fut bientôt après confirmé par les observations de Varin et de Deshayes à la côte d'Afrique.

Ce fait fournit à Newton et à Huyghens une preuve de l'aplatissement de la Terre, et fut la première occasion des travaux entrepris plus tard sur la figure de la Terre.

Les *Observations* de Richer ont été insérées dans le tome VII des anciens *Mémoires de l'Académie des Sciences.*

Le pendule que Richer avait emporté de Paris retardait pour trois causes : la diminution de la pesanteur, l'accroissement de

la force centrifuge et l'élévation de la température, qui tendait à allonger le pendule.

Richer trouva, pour l'obliquité de l'écliptique, en 1672, 23°28′32″. C'était 10″ de moins que n'avait trouvé Cassini en 1660.

Il trouva 25″ pour la parallaxe horizontale de Mars, en opposition, ce qui donnait 9″ à 10″ pour celle du Soleil.



DARANDELI (MEHEMET-EFFENDI).

(Astronome turc né vers 1630.)

Il composa une espèce de calendrier perpétuel, appelé *Rousnameh* qu'il publia en turc à Augsbourg, en 1666. Au commencement de chaque année, les astronomes du sultan lui présentent solennellement le *Rousnameh*.



RUDBECK (OLAUS).

(Né à Arosen (Suède) en 1630, mort à Upsal en 1702.)

Il distingua, en 1651, les vaisseaux lymphatiques, qui se rendent, comme les vaisseaux chylifères, au canal thoracique.



KINCKHUYSEN (GÉRARD).

(Né en Hollande vers 1630.)

Il contribua, l'un des premiers avec Schooten, à répandre le goût de la nouvelle doctrine des coordonnées. On a de lui un

Traité analytique des sections coniques (1660); une Algèbre (1661); et un *Recueil d'applications de l'analyse algébrique à la solution de divers problèmes de Géométrie.*



STÉNON.

(Né à Copenhague en 1631, mort à Schwerin en 1686.)

Harvey avait posé le principe *omne vivum ex ovo*, mais il croyait que l'œuf des vivipares est produit par le mâle; c'est Sténon qui réduisit la différence supposée, sous ce rapport, entre les vivipares et les ovipares; il nomma ovaires l'organe de la femelle mammifère qui produit les œufs; mais son opinion ne fut mise hors de doute qu'à la suite des observations de Graaf.

C'est aussi à Sténon qu'est due la découverte du conduit par lequel s'écoule la salive sécrétée par les glandes parotidiennes (conduit de Sténon) et celui par lequel les larmes arrivent au dehors; enfin il a reconnu les fibres dans la substance cérébrale.



WREN OU WRENN (CHRISTOPHE).

(Né à East-Knoyle en 1632, mort en 1723.)

A treize ans, dit-on, il avait construit un planétaire mécanique assez exact. Il prit ses grades à l'université d'Oxford en 1650 et 1653. Nommé professeur d'Astronomie au collège de Gresham en 1658, il se plaça bientôt au premier rang des géomètres de l'époque par son mémoire en réponse au défi porté par

Pascal. Ce travail contenait la rectification de la cycloïde, la détermination du centre de gravité de cette courbe et la cubature des volumes qu'elle engendre en tournant soit autour de son axe, soit autour de sa base. Ce succès, dans des recherches alors très difficiles, valut à Wren sa nomination en 1660 à la chaire de Mathématiques de l'université d'Oxford et son admission, peu de temps après, à la Société royale de Londres, dont il fut l'un des membres les plus actifs. Les procès-verbaux des séances de cette société contiennent, en effet, les indications sommaires d'une foule d'inventions et expériences de toutes sortes de Wren sur toutes les parties de la Mécanique et de la Physique. Nous mentionnerons, entre autres, ses communications relatives à la théorie générale des mouvements, à la résistance des fluides, à la construction des vaisseaux, à l'action des rames ou des voiles, à un moyen de construire les verres hyperboliques rêvés par Descartes, au mouvement du pendule, à une hypothèse comparable à celles de Képler, de Boulliau et de Hooke sur la cause qui retient les planètes dans leurs orbites, à une foule d'instruments nouveaux d'Astronomie et d'Optique, parmi lesquels nous citerons la chambre obscure.

La Société royale, après avoir agité plusieurs fois le problème difficile du choc des corps, sur lequel Descartes s'était si complètement trompé, proposa solennellement la question à tous les géomètres. Wallis, Wren et Huyghens répondirent au vœu de la célèbre assemblée. Wren traita exclusivement le cas des solides parfaitement élastiques, parcourant une même droite. La solution qu'il donna de ce cas est parfaite.

Vers 1665, Wren fit un voyage à Paris pour y étudier les œuvres d'art, revint l'année suivante, après le terrible incendie

qui dévora une partie de la ville de Londres, donna pour la reconstruction de la Cité un magnifique plan qui fut adopté en partie, et commenca dès lors à s'occuper d'architecture. En 1668, il obtint le titre d'architecte du roi et dirigea la construction d'un grand nombre d'édifices : la vaste et magnifique basilique de Saint-Paul, qu'il acheva en trente-cinq ans; la colonne, qu'on nomme à Londres le Monument, érigée pour perpétuer le souvenir de l'incendie; l'édifice d'Oxford nommé le Théâtre; l'église de Saint-Étienne-de-Wallbrosk, à Londres; la douane du port de Londres; un grand nombre d'églises, dont les principales sont Saint-Michel, Saint-James, Saint Dunstan, Saint-Vedast et Saint-Laurent; le palais royal et le palais épiscopal de Winchester; le Mausolée de la reine Marie, à Westminster; l'hôpital de Chelsea, fondé par Charles II pour les invalides de l'armée de terre, etc. La modestie et le désintéressement de Wren égalaient ses talents et son immense savoir. Il a laissé divers écrits. qui ont été après sa mort insérés dans les *Transactions philosophiques*. James Elmes, architecte anglais, a publié des *Mémoires sur sa vie et ses ouvrages* (Londres, 1823).



LEUWENHOECK (ANTOINE).

(Né à Delft (Hollande) en 1632, mort en 1723.)

« Sans méthode, sans élévation, dit M. Papillon, mais infatigable et ingénieux dans l'étude des faits, il a la gloire d'avoir contribué pour une grande part à la connaissance du monde microscopique. »

On croyait avant lui que le sang est homogène ; il démontra en 1673 que c'est un liquide à peu près incolore, tenant en suspension des globules rouges. Il vit la circulation même s'effectuer dans les vaisseaux capillaires, en examinant au microscope les oreilles de jeunes lapins, ou la membrane très fine qui unit les doigts d'une grenouille.

Il découvrit peu après les infusoires, les étudia et en décrivit un certain nombre : les monades, les paramécies, les kolpodes, etc. Après les avoir vus dans l'eau, il les retrouva aussi dans l'air.

Ses ouvrages ont été publiés en hollandais, à Leyde et à Delft; une partie ont été traduits en français par Mesmin (Paris, 1679). Ses œuvres complètes ont été publiées en latin à Leyde, en 1724.



MONTANARI (GEMINIANO).

(Né à Modène en 1633, mort à Padoue en 1687.)

Le duc de Modène, Alphonse IV, lui donna en 1661 le titre de philosophe et mathématicien de la cour. A la mort du duc, Montanari vécut quelques années près du comte Cornelio Malvasia, sénateur de Bologne; il fut ensuite nommé à la chaire de Mathématiques de Bologne, qu'il occupa durant quatorze ans, de 1664 à 1678. Il l'échangea plus tard contre celle de Padoue.

Il a composé sur la Physique un grand nombre d'ouvrages remarquables : sur les phénomènes capillaires, qu'il étudia après Borelli, sur la singulière propriété des larmes bataviques, c'est-à-dire du verre trempé, sur le porte-voix, etc.

HUDDE (JEAN), SEIGNEUR DE WAWEREN.

(Né à Amsterdam en 1633, mort dans cette même ville en 1704.)

Il fut successivement échevin, trésorier et bourgmestre d'Amsterdam. C'est lui qui fut chargé en 1672 de diriger les inondations projetées en Hollande pour arrêter l'armée française.

Il donna le premier en 1659 une méthode pour réduire les équations qui ont des racines égales. Cette méthode est exposée dans un opuscule : *J. Hudenii, de reductione æquationum et de maximis et minimis epistolæ duæ* que Schooten a publié dans son commentaire sur la Géométrie de Descartes.

Suivant Leibniz qui l'alla voir à Amsterdam, il avait trouvé la formule de la quadrature de l'hyperbole avant Mercator [c'est-à-dire le développement de $L(1+x)$ en série] et la formule d'interpolation avant Newton. Il disait plaisamment qu'il pourrait former l'équation de la courbe représentant le profil d'une personne quelconque.



BECHER (JEAN-JOACHIM).

(Né à Spire en 1635, mort en 1682.)

Fort jeune lorsqu'il perdit son père, il fut, dès l'âge de treize ans, forcé de donner des leçons de lecture et d'écriture pour gagner sa vie et soutenir sa mère et ses frères; il n'avait que les nuits pour étudier et faire sa propre éducation. Une volonté énergique et de grandes dispositions naturelles triomphèrent de tous les obstacles. Il acquit des connaissances étendues en Physique, en Chimie, en Mathématiques et en Médecine; et, muni de ce bagage, il

se mit à voyager. Il parcourut la Hollande, la Suède, l'Italie, et fit connaissance avec les savants les plus célèbres de son temps, notamment avec Descartes, le P. Mersenne, Saumaise. En 1666, il fut nommé professeur de médecine à l'Université de Mayence; mais il ne tarda pas à quitter cette ville pour venir s'établir à Munich, où il eut, ainsi qu'il nous l'apprend lui-même, la direction du *plus beau laboratoire qui pût se trouver en Allemagne et même en Europe*. Mais son excessive vanité et son esprit inquiet et indépendant lui faisaient des ennemis partout, et ne lui permettaient de se fixer définitivement nulle part. De Munich, il se rendit à Vienne, où l'amitié du comte de Zinzendorf le fit nommer conseiller de la chambre de commerce. Disgracié bientôt, il quitta l'Autriche et passa en Hollande, où il s'établit à Harlem, vers 1678. Il présenta aux états généraux divers projets financiers et industriels, proposa de *transformer* en or le sable des dunes, inventa une machine pour le dévidage de la soie, et, mécontent de voir repousser ses propositions, partit pour l'Angleterre vers 1680. Il y passa deux ans à étudier les mines de Cornouailles et de l'Écosse, et mourut à Londres, selon les uns, et selon d'autres, en Allemagne, où il serait revenu sur l'invitation du duc de Mecklembourg.

« Comme les chimistes de son temps, dit M. Dumas, Becher n'est pas toujours intelligible pour nous. Mais quand il l'est, ce qui arrive ordinairement, on aime son style net, franc, élégant; et ses pensées toujours vives et spirituelles frappent et intéressent. » Il insiste, dans ses ouvrages, sur la nécessité pour la Chimie de s'éloigner des lois de la philosophie scolastique. « *Bon péripatéticien, mauvais chimiste, et réciproquement,* dit-il, car la nature n'a rien de commun avec les imaginations dont la philosophie

péripatétique se nourrit. — C'est une philosophie, ajoute-t-il, qui s'applique uniquement à donner des noms aux choses, et à disputer ensuite sur ces noms : *tota illa philosophia eo collimat ut rebus tantum nomina imponat, et deinde circa ea rixetur et altercetur.* » Ailleurs, il porte à Aristote et à toute sa secte un défi formel, les invitant à expliquer pourquoi l'argent est dissous par l'acide nitrique, pourquoi il est précipité par le cuivre, le sel marin, etc. Mais la réputation de Becher repose surtout sur la doctrine des trois éléments qu'il appelait les trois terres, savoir la terre vitrifiable ou l'élément terreux, la terre mercurielle ou l'élément métallique, la terre inflammable ou l'élément combustible. Chacune d'elles ne représente pas une matière unique et toujours identique; elles peuvent affecter des modifications et revêtir des caractères extérieurs variés. Becher admettait en outre un acide universel (*acidum universale, solvens catholicum, spiritus esurinus*), qui se trouvait, disait-il, dans les eaux, dans les sels, et qui était le principe du croisement des minéraux. Cette doctrine des trois terres, vitrifiable, mercurielle et inflammable, prépara la révolution scientifique que Stahl devait, peu de temps après, accomplir dans la Chimie.

Becher est le dernier chimiste célèbre qui ait professé la croyance à la transmutation des métaux. On a vu qu'il avait proposé aux états généraux de Hollande de transformer le sable des dunes en or. Dans les expériences qui l'avaient conduit à faire cette proposition, il avait pris pour une transformation en or l'extraction de la quantité d'or, infiniment petite, naturellement renfermée dans les sables. Il prétendait aussi, en calcinant les argiles avec de l'huile, les changer en fer; il obtenait effectivement du fer, mais ce fer provenait de l'oxyde de fer que contiennent les

argiles, et que les matières organiques mêlées à l'ensemble réduisaient à l'état métallique.

Le principal ouvrage de Becher est la *Physique souterraine* (Francfort, 1669) dont Stahl ne parlait qu'avec la plus grande admiration. On y trouve en effet les véritables doctrines chimiques. « Becher, dit M. Dumas, connaît bien les faits; il en donne une appréciation vraie; il les classe avec sagesse et méthode; il s'élève enfin par moments aux idées les plus nettes sur la nature des réactions chimiques. »

Les autres ouvrages de Becher sont : *Institutiones chimicæ* (1662), *Parnassus medicinalis* (1663), *Institutionis chymicæ prodromus* (1664), *Theses chymicæ veritatem et possibilitatem transmutationis métallorum in aurum evincentes* (1675) et *Tripus hermeticus fatidicus* (1689).



HOOKE.

[Né à Freschwalter (île de Wight) en 1635, mort à Londres en 1722.]

Son père, qui était pasteur, le destinait à l'état ecclésiastique, mais il fut obligé d'interrompre quelque temps les études de son fils, dont la débilité était extrême. Cependant, on l'envoya un peu plus tard à l'école de Westminster, où il fit de grands progrès, surtout en Géométrie. Il alla ensuite suivre les cours de l'Université d'Oxford. Il travailla plusieurs années avec Robert Boyle et l'aida à perfectionner la machine pneumatique.

La Société royale de Londres se l'adjoignit en 1663, en le dispensant de payer la cotisation annuelle; elle lui accorda l'année

suivante un traitement fixe de 30 livres sterling, comme préparateur chargé de reproduire en séance les expériences nécessaires; un membre lui assura un autre traitement de 50 livres sterling pour faire un cours de Mécanique; enfin il fut nommé professeur de Géométrie au Gresham College.

Hooke joignait à une trop haute estime de ses talents une extrême jalousie des succès des autres, même d'hommes tels que Huyghens et Newton, à la hauteur de qui il essayait d'autant plus opiniâtrément de se pousser, qu'on était plus éloigné de songer à lui accorder la comparaison. En outre, il était si irritable, qu'il avait toujours quelque querelle à poursuivre ou quelque revendication à faire valoir. Enfin, il était d'une inconstance telle qu'il ne pouvait s'arrêter à aucun travail suivi. Il embrassait tout, touchait à tout, parlait de tout et n'achevait rien. Vraie mouche du coche scientifique, il trouvait le moyen de détourner les autres de leurs travaux par des taquineries incessantes. Il lançait au hasard des idées mal digérées sur tous les sujets imaginables et venait réclamer sa part lorsque la question était résolue. Il avait presque tout vu d'avance, et, pour le reste, il y avait songé, ce qui lui permettait encore de réclamer.

Il faut néanmoins reconnaître qu'il a rendu quelques services; nous les signalerons quand il y aura lieu.

Hooke réclama de Huyghens l'adaptation aux montres, pour en régulariser le mouvement, du ressort à spirale. Il aurait conçu cette idée de 1656 à 1658, en aurait fait part à Robert Boyle, à Moray et à lord Brouncker et aurait été sur le point de prendre un brevet qui eût été exploité en commun, mais ses futurs associés ne lui auraient pas accordé les avantages auxquels il croyait avoir droit et l'invention serait restée secrète.

Il est déjà peu probable que Boyle et Brouncker, qui jouissaient l'un et l'autre d'une grande fortune, aient pu songer à s'enrichir aux dépens d'un pauvre diable.

Quoi qu'il en soit, Huyghens, qui avait eu la même idée, la rendit publique en 1675. Hooke l'accusa de plagiat, ajoutant qu'Oldenbourg lui avait communiqué la découverte. Mais il est évident qu'Huyghens, après avoir fait faire de si grands progrès à la construction des horloges, devait être amené de lui-même à s'occuper de perfectionner aussi les montres. Et Hooke, n'ayant pas parlé à temps, devait se taire après. Il fit construire à Londres, pour Charles Ier, en 1675, une montre munie du ressort spiral, mais Huyghens en avait fait construire une à Paris en 1674.

Huyghens avait donné la théorie du pendule conique en 1673 dans son *Horologium :* Hooke aussitôt réclama, non la théorie, cela eût trop prêté à rire, mais l'idée de l'emploi de ce pendule, qu'il avait, dit-il, conçue en 1660 ; et il décrit cette découverte en 1674!

Poggendorff attribue sans hésitation à Hooke l'invention du niveau et l'emploi de la vis micrométrique, pour diriger sûrement les alidades, à l'aide de mouvements imperceptibles. Je ferai d'abord remarquer que, d'après Venturi et M. Cantor, ce serait Héron l'ancien qui aurait fait ces deux découvertes, et, comme je n'en crois rien, j'ajouterai qu'Auzout et Picard employèrent certainement le niveau en 1667, ce qui autorise à penser qu'ils le connaissaient au moins en 1666, époque à laquelle Hooke en aurait fait la découverte.

Poggendorff ajoute : « Hooke parvint encore, sans connaître quoi que ce soit des travaux des autres, à l'invention du Nonius

ou Vernier, à l'application de la lunette aux instruments à angles, à l'invention du micromètre ou du réticule. » Comment peut-on savoir avec certitude que Hooke ne connaissait les ouvrages ni de Nonius ni de Vernier? Quant au réticule et au micromètre que Poggendorff joint par le mot *ou,* il ajoute : « D'ordinaire, on attribue l'invention du réticule aux Français Auzout et Picard, tous deux membres de l'Académie de Paris, et il est certain qu'ils en firent les premiers l'application en grand, puisqu'ils l'employèrent dans la mesure du degré qu'ils entreprirent en 1667 par ordre de l'Académie. » Poggendorff manque rarement les occasions de se contredire ainsi. C'est, au reste, dans son *Histoire de la Physique* que j'ai pris les dates qui établissent les droits de priorité d'Huyghens, relativement à l'invention du ressort spiral, dates que Poggendorff cite en faveur de Hooke. Il rapporte encore que Francesco Generini, Florentin, qui mourut en 1663, aurait appliqué la lunette aux instruments destinés à la mesure des angles (mais avec quel succès?); que Malvasia, Huyghens, Hevelius et Gascoygne s'étaient servis de micromètres divers avant Hooke.

Hooke, parmi tant de concurrents, choisit Hevelius, déjà vieux, et l'insulta grossièrement; il eut ensuite querelles avec Auzout et Huyghens relativement à la construction des lunettes. On cherchait alors à accroître énormément, jusqu'à six cents pieds, la longueur focale des objectifs, ce qui obligeait à se passer de tubes. Huyghens avait, en 1684, décrit une disposition *ad hoc,* aussitôt Hooke écrit qu'il y avait songé bien avant.

On ne saurait lui contester l'invention d'un système de deux miroirs plans, de l'un à l'autre desquels devait se réfléchir un grand nombre de fois la lumière du Soleil, avant de parvenir à

l'œil, ce qui finissait par la rendre supportable, mais les verres colorés remplissent plus convenablement le but.

Il construisit le premier télescope à miroir, mais d'après les indications laissées par James Gregory. Il le présenta à la Société royale de Londres en 1674, tandis que Newton avait présenté le sien à la même Société en 1672.

Il détermina presque en même temps que Cassini la durée de la révolution de Jupiter autour de son axe.

Il s'occupa aussi de perfectionner le microscope et a laissé un grand nombre d'observations consignées dans sa *Micrographia* (1665), mais il se servait le plus souvent de simples lentilles fondues à la lampe.

Il présenta en 1677 à la Société royale de Londres un aréomètre principalement destiné à vérifier la pureté de l'eau et qu'il désignait, pour cette raison, sous le nom de *water-poise*. C'était une grosse boule de verre, contenant environ trois litres d'eau, et terminée par une longue tige, que l'on suspendait à l'un des bras d'une balance, tandis que l'autre bras supportait un plateau que l'on chargeait de poids de façon à obtenir l'affleurement à un point marqué sur la tige, dans l'eau qu'on voulait essayer.

Il avait imaginé, en 1665, une lanterne magique; il présenta, en 1694, à la Société royale, un modèle de chambre obscure; il conçut, en 1684, l'idée d'un télégraphe à peu près pareil à celui de Chappe, qu'il décrivit plus tard dans les *Transactions philosophiques*, en 1691; il imagina aussi différents appareils pour faire des recherches au fond de la mer; un thermomètre à minimum; le baromètre à cadran; un pluviomètre.

Lorsque Newton publia le livre des *Principes de la philosophie naturelle*, Hooke, naturellement, réclama la priorité pour la

découverte du principe de la gravitation universelle. Mais voici, d'après Poggendorff, les passages de l'opuscule publié par lui en 1674, sur lesquels il s'appuyait pour fonder sa revendication :

« Les corps célestes ne sont pas simplement attirés vers leurs propres centres, ils le sont encore *dans la limite de leurs cercles d'action.*

« Les corps qui possèdent un mouvement rectiligne et uniforme persistent dans ce mouvement rectiligne, tant qu'ils n'en sont pas écartés par une force; mais, dans ce dernier cas, *ils décrivent des cercles ou des ellipses ou des lignes plus compliquées.*

« Les corps célestes s'attirent avec d'autant plus de force qu'ils sont plus près les uns des autres. » Il ajoutait qu'il *pourrait être utile* de connaître la loi suivant laquelle la force augmente lorsque les corps se rapprochent.

Il avait observé, neuf ans il est vrai après Robert Boyle, la coloration des lames minces, mais il avait reconnu le changement périodique qui se produit dans les couleurs lorsque l'épaisseur de la lame varie.

Enfin il avait eu, après Grimaldi, une idée vague de la transmission de la lumière par ondulations. Ce qu'il dit de plus clair a ce sujet est contenu dans la phrase suivante :

« Le mouvement de la lumière, lorsqu'il est produit dans un milieu homogène, se propage par des impulsions ou vagues simples, de forme constante, perpendiculaires à la ligne de propagation. »

« Au lieu, dit Poggendorff, de poursuivre ses recherches et de débrouiller ses idées, il engagea une polémique violente contre

Newton, qui venait de présenter sa théorie des couleurs à la Société royale, et parvint à le dégoûter de l'Optique, ce qui fit que cette théorie ne parut que vingt ans après, en 1704. »

Hooke obtint beaucoup d'autres succès analogues, et tout aussi méritoires. J'avais d'abord l'intention de le passer sous silence (il le méritait bien, pour avoir fait tant de bruit de son vivant), mais les éloges que lui prodigue Poggendorff m'ont forcé la main.

NEIL (GUILLAUME).

(Né en 1637, mort en 1670.)

Il donna une rectification exacte de la parabole cubique

$$y^3 = ax^2.$$

Wallis avait pressenti l'identité des deux problèmes de la rectification et de la quadrature des courbes. Mais c'est Van Heuraet qui, le premier, montra clairement comment l'une des questions se ramène à l'autre.

La découverte de Neil fit d'autant plus de bruit que la possibilité de la rectification des courbes algébriques, même les plus simples, était généralement niée, ce qui ne doit pas surprendre, l'ellipse ni l'hyperbole n'ayant pu être rectifiées.

Huyghens a traité les mêmes questions à peu près dans le même temps.



SWAMMERDAM.

(Né à Amsterdam en 1637, mort en 1680.)

Son père, qui était apothicaire, possédait un riche cabinet d'histoire naturelle où le jeune Swammerdam trouva les éléments de sa vocation.

Il étudia à Leyde sous Sténon et Graaf, puis vint à Paris, où il se lia avec d'autres maîtres, et retourna en Hollande, où il accomplit presque tous ses travaux.

Il se voua comme Malpighi à l'étude des insectes, mais il commença par perfectionner le microscope et surtout les instruments de dissection, auxquels il parvint à donner une finesse telle qu'on ne pouvait les aiguiser qu'à la loupe.

On avait, jusqu'à Swammerdam, regardé le papillon, la chrysalide et la chenille comme trois êtres distincts, quoique déduits les uns des autres. Swammerdam fit voir que le papillon est contenu tout entier dans la chrysalide et celle-ci dans la chenille; que les enveloppes seules diffèrent, et que le même animal les abandonne successivement, en se développant. La théorie des métamorphoses se trouvait ainsi renversée.

C'est Swammerdam qui distingua le premier les trois genres d'abeilles qui peuplent une ruche. L'abeille mère, unique, les abeilles mâles et les abeilles ouvrières. Il reconnut que les abeilles ouvrières font tout le travail et tuent les mâles aussitôt après la fécondation de la mère abeille.

Son principal ouvrage, la *Biblia naturæ*, n'a été publié qu'en 1737. Maraldi avait peu auparavant (1712) publié des observations analogues.

MAGALOTTI (LORENZO).

(Né à Rome en 1637, mort à Florence en 1712.)

Après avoir terminé ses études au collège des Jésuites, à Rome, il alla, en 1656, suivre les cours de l'Université de Pise, où il fit de grands progrès, sous la direction de Viviani, dans les Sciences Mathématiques et Physiques. Il devint, en 1660, secrétaire particulier du prince Léopold.

Il écrivait avec goût et parlait le français, l'espagnol et l'anglais; il entendait même l'arabe et le turc. Il visita la France et l'Angleterre à la suite du prince Cosme, fils de Ferdinand II. L'Académie *del Cimento* lui confia la rédaction des *Saggi*, recueil des mémoires concernant les recherches qu'elle dirigeait.



GRÉGORY (JAMES).

(Né à Aberdeen en 1638, mort en 1675.)

Il inventa en 1663 le télescope à réflexion qui l'a illustré. Ses ouvrages sont : *Optica promota* (Londres 1663); *Exercitationes geometricæ* (Padoue 1666); *Vera circuli et hyperbolæ quadratura* (Padoue 1667); *Geometriæ pars universalis* (Venise).

Il fut de la société royale de Londres, et l'Académie des Sciences de Paris le proposa à Louis XIV pour une des pensions qu'il accordait aux savants les plus distingués. Il fut professeur à Saint-André, puis à Édimbourg.

Ses ouvrages mathématiques appartiennent les uns à l'ancienne Géométrie, les autres à la Géométrie des indivisibles.

Il trouva les développements en séries de la plupart des fonc-

tions circulaires, directes ou inverses, par la méthode de Wallis, développée par Mercator et reprise plus tard par Newton.

Il convient de remarquer aussi que Grégory s'occupa l'un des premiers des méthodes de transformation des courbes les unes dans les autres.

Dans le télescope de Grégory, le miroir sphérique destiné à recevoir directement les rayons émanés de l'astre était percé en son centre d'une petite ouverture circulaire par laquelle passaient ces rayons après leur réflexion sur le petit miroir et avant de se rendre à l'oculaire. Newton n'y apporta d'autre changement que celui de renvoyer les rayons obliquement, de façon à pouvoir placer l'oculaire sur un des côtés de l'appareil et à éviter ainsi une déperdition inutile de lumière.



KUNCKEL (JEAN).

(Né à Ratisbonne en 1638, mort en Livonie en 1703.)

Il était fils d'un orfèvre établi à Hütten et s'adonna avec ardeur aux études pharmaceutiques, chimiques et alchimiques.

D'abord chimiste et pharmacien des ducs Charles et Henry de Lauenbourg, puis de Georges II, électeur de Saxe, il occupa ensuite la chaire de chimie à l'Université de Wittemberg, puis fut appelé à Berlin par Frédéric-Guillaume, pour y diriger la manufacture de verre, enfin il se rendit à Stockholm, sur l'invitation du roi Charles XI, qui le fit baron de Lœwensjern, et lui donna la place de conseiller.

Il se fit d'abord connaître par un procédé pour colorer le verre

en *rouge rubis,* au moyen d'un précipité d'or obtenu par la *liqueur d'étain.* Il fabriqua avec du verre ainsi coloré des coupes qu'il vendait très cher.

Andreas Cassius et Glauber étaient auparavant parvenus à produire le même précipité, avec la *liqueur* des cailloux, mais ils n'en avaient pas tiré un parti industriel. Kunckel, du reste, a profité de sa découverte sans faire connaître son procédé.

Il publia en 1679 à Francfort un traité sur l'art de la verrerie, qui contient un commentaire sur l'ouvrage de même nom de Néri, et où il décrit le verre aventurine.

On lui doit aussi d'utiles observations sur la fermentation et la putréfaction, sur la chaleur développée dans les combinaisons des acides et des bases, sur l'influence de la lumière sur les végétaux, etc.

Un marchand de Hambourg nommé Brand avait découvert le phosphore en 1669 et avait vendu son procédé 200 thalers au docteur Kraft de Dresde; celui-ci le communiqua à Robert Boyle, qui le décrivit en 1680 dans une communication adressée à la Société Royale de Londres, mais que le Président ne devait rendre publique qu'après la mort de son auteur, ce qui eut lieu en 1692.

Dans l'intervalle, Kunckel avait, à force de questions, arraché quelques indications à Brand et était parvenu à retrouver le procédé de fabrication. Il communiqua sa découverte à quelques personnes, notamment à Homberg, et c'est ainsi qu'elle parvint en France.

EIMMART (GEORGES CHRISTOPHE).

(Né à Ratisbonne en 1638, mort à Nuremberg en 1705.)

Son père était peintre et graveur; après avoir reçu ses leçons, Eimmart se rendit à Iéna où il étudia les Mathématiques et s'adonna depuis lors à son goût pour les Sciences, surtout pour l'Astronomie, sans toutefois renoncer à la peinture, où il fit preuve de talent.

Il était venu se fixer à Nuremberg et observait déjà depuis plusieurs années, dans sa maison, lorsque fut achevé l'observatoire que la ville de Nuremberg faisait construire, pour renouveler chez elle la tradition laissée par Regiomontanus. Eimmart se trouva naturellement désigné pour la direction de cet observatoire et la garda depuis 1668 jusqu'à sa mort.

Quelques-unes de ses observations ont été publiées par les journaux de Leipzig du temps; les autres remplissent cinquante volumes in-folio, où se trouve en outre une vaste correspondance avec tous les savants de l'époque.

Il avait exécuté lui-même plusieurs instruments d'astronomie, entre autres une sphère armillaire. Il a laissé un ouvrage intitulé *Iconographia nova contemplationum de sole* (Nuremberg, 1701).

Sa fille, Maria-Clara Eimmart, morte à Altdorf (Suisse) en 1707, l'aidait dans ses travaux. Outre des tableaux, elle a laissé les dessins de trois cents phases de la Lune vue au télescope. Elle épousa le physicien et astronome Henri Muller qui succéda à son beau-père dans la direction de l'observatoire de Nuremberg.

MALEBRANCHE (NICOLAS).

(Né en 1638, mort en 1715.)

Il fut membre honoraire de l'Académie des Sciences de Paris et s'occupa beaucoup de Mathématiques et de Physique avant de se livrer à la Métaphysique. Il chercha notamment à expliquer l'accroissement apparent du diamètre de la Lune près de l'horizon. Il fut le maître du marquis de l'Hospital, de Montmort, de Mairan, de Carré et de Prestet. Wallis lui attribue la paternité réelle des *Éléments de Mathématiques* publiés par Prestet. Il a laissé de curieuses annotations manuscrites à l'*Analyse des infiniment petits* de l'Hospital et beaucoup de notes sur le calcul intégral. On lui attribue encore divers travaux arithmétiques dans lesquels on remarque des propositions retrouvées et publiées depuis par Euler.

M. Charles Henry a publié en 1880 les principales de ses productions Mathématiques dans ses *Recherches sur les manuscrits de Fermat suivies de Fragments inédits de Bachet et de Malebranche*.



RUICH.

(Né à La Haye en 1638, mort en 1731.)

C'est lui qui a introduit en anatomie l'art d'injecter dans les vaisseaux, même les plus fins et les plus délicats, des liquides colorés qui permettent d'en suivre la distribution dans les organes ; il appliquait aussi cet art à la conservation des cadavres, en se servant de liquides antiseptiques et de solutions salines.

KIRCH (GOTTFRIED).

[Né à Gubon (basse Lusace) en 1639, mort à Berlin en 1710.]

Élève d'Hévélius. Il publiait chaque année en Saxe des éphémérides contenant les principales observations faites l'année précédente, lorsque Frédéric Ier l'appela à Berlin pour le mettre à la tête de l'observatoire qu'il venait d'y fonder.

Parmi ses observations, on distingue surtout celle qui concerne les changements d'aspect de la fameuse étoile du Col de la Baleine et celle du passage de Mercure sur le Soleil, en 1707, qui ne fut guère vu qu'à Berlin.

Sa femme, Marie-Marguerite Winckelmann, partageait ses travaux, faisant avec lui des observations et des calculs; elle a publié deux opuscules, l'un *Sur la conjonction du Soleil, de Saturne et de Vénus* (1709), l'autre *Sur les positions de Jupiter et de Saturne en* 1712.

Leur fils succéda à son père dans la direction de l'observatoire de Berlin; il fut membre de l'Académie de Berlin et associé de celles de Paris et de Saint-Pétersbourg. Il a publié des éphémérides.



CASSIUS (ANDRÉ).

(Né à Sleswig, vers 1640, mort en 1673.)

Il fut reçu docteur à Groningue en 1668. Il a découvert le précipité d'or qui porte son nom (pourpre de Cassius). On lui attribue aussi la préparation de l'essence de bézoard.



OZANAM (JACQUES).

[Né à Bouligneux (Ain) en 1640, mort en 1717.]

Il avait été destiné malgré lui à l'état ecclésiastique : à la mort de son père, il abandonna les études théologiques et commença à professer les Mathématiques. Il fut nommé membre de l'Académie des Sciences en 1701. Néanmoins il mourut dans un état voisin de la misère. Il a laissé plusieurs ouvrages dont un seul est encore connu : les *Récréations mathématiques et physiques* (1694); Montucla en a donné une seconde édition très augmentée en 1790.

Nous citerons parmi ses autres ouvrages un *Dictionnaire de Mathématiques* (1691) où il donne par occasion, dit Fontenelle, les solutions d'un assez grand nombre de problèmes de très longue haleine; un *Cours de mathématiques* en cinq volumes in-8 (1693); un *Traité de fortification* (1694); et une *Perspective théorique et pratique* (1711). On trouve aussi quelques mémoires de lui dans le *Journal des Savants.*

M. Charles Henry a publié des extraits de sa correspondance avec le P. de Billy. Ozanam y donne de précieux renseignements sur quelques manuscrits de Fermat.

Le prince Boncompagni possède de lui un manuscrit intitulé : *Les six livres de l'Arithmétique de Diophante augmentés et réduits à la* SPÉCIEUSE. Leibniz a eu connaissance de ce manuscrit. Voici ce qu'il en dit dans une lettre à Oldenbourg, en date du 26 octobre 1674 : « Ozanam me montra dernièrement son Diophante; je crois qu'il sera digne d'être lu, car l'auteur a soin que tous les lemmes soient présentés d'une manière générale, et il montre partout le mode analytique de l'invention. »

Il ajoute : « Ozanam avait proposé publiquement, il y a un peu plus d'un an, de trouver trois nombres tels que les différences prises deux à deux de leurs quarrés, fussent des quarrés, et que les différences de ces derniers quarrés, pris deux à deux, fussent encore des quarrés; il a donné depuis la solution de ce problème. Peu de temps après il proposa cet autre problème : trouver trois nombres dont la somme soit un quarré et tels que la somme de leurs quarrés soit un quarré-quarré. Je lui donnai la solution générale de cette question, qu'il avoua ne pas avoir; bien plus, je résolus le problème en supposant donnés le quarré égal à la somme des trois nombres et le quarré-quarré égal à la somme de leurs quarrés. »

LAHIRE (PHILIPPE DE).

(Né à Paris en 1640, mort en 1718.)

Son père était un peintre distingué; quant à lui, il fut astronome, géomètre, physicien, peintre et naturaliste.

« Il formait à lui seul, dit Fontenelle, une Académie tout entière. » Destiné d'abord à la carrière de son père, il fut entraîné par un goût naturel vers la Géométrie, et fit dans cette science de rapides progrès. Desargues lui donna des leçons, et finit par l'associer à ses travaux. Colbert et Louvois l'employèrent à de grands ouvrages de nivellement. Il entra à l'Académie des Sciences en 1678, et devint ensuite professeur au Collège de France et à l'Académie d'Architecture. Comme astronome, Lahire doit être classé parmi les observateurs purs. Mayer, s'occupant de déterminer les éléments de la rotation, l'inclinaison et les nœuds de l'équateur lunaire, dit que sa théorie est d'accord avec des obser-

vations faites du temps de Cassini, et qui prouvent la coïncidence constante des nœuds de l'équateur avec les nœuds de l'orbite; ces observations ne peuvent être que celles de Lahire. Lacaille, qui s'en est servi, dit que ce sont les plus anciennes qui aient été faites avec la précision la plus approchante de celles qu'on fait à présent. Delambre trouve qu'elles valent les meilleures qu'on ait faites jusqu'en 1750.

Mais Lahire, bon observateur, comme on voit, était assez mauvais théoricien pour rejeter les lois de Képler. Les tables qu'il a données sont tirées d'équations entièrement empiriques, c'est-à-dire formées pour satisfaire aux observations. Ce ne sont que des formules d'interpolation. Lahire affichait sa préférence pour la méthode expérimentale.

La *Gnomonique* ou *Méthodes universelles pour tracer des horloges solaires ou cadrans sur toutes sortes de surfaces* (Paris, 1698) vaut mieux que ses théories astronomiques. Mais peut-être doit-elle quelque chose à Desargues; l'auteur n'emploie que le compas, la règle et le fil à plomb, et sa méthode s'applique quel que soit le cadran, horizontal, vertical, oriental, occidental, déclinant ou incliné, pourvu que la surface soit plane; il n'est pas même nécessaire, pour la mettre en pratique, de connaître la hauteur du pôle. Cette méthode appartient à la Géométrie pure et à la Géométrie descriptive. On remarque surtout dans l'ouvrage de Lahire ce curieux théorème, que, si l'on suppose toutes les lignes horaires tracées (celles qui correspondent aux heures de nuit peuvent être conçues, aussi bien que les autres, en supposant l'horizon transparent), et qu'on les coupe par une transversale parallèle à l'une d'elles, les segments consécutifs déterminés sur cette transversale par les autres lignes d'heures, à partir du

point de rencontre de celle qui marque six heures de plus que la parallèle à la transversale, seront, deux à deux, égaux de part et d'autre de ce point, et rangés dans le même ordre. Ce théorème permet d'achever le cadran, dès que l'on connaît sept lignes horaires consécutives. D'autres théorèmes analogues permettent même de réduire à quatre ou trois le nombre des lignes horaires consécutives données, en supposant d'autres choses connues.

Lahire s'était joint à Picard, en 1678, pour travailler à la carte de France.

Les *Mémoires de l'Académie* contiennent de lui un grand nombre de communications relatives à diverses questions de Physique et d'Histoire naturelle.

Lahire s'est aussi beaucoup occupé de Géométrie pure.

Ses principaux ouvrages sont : *Nouvelle méthode de Géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques qui ont pour bases des cercles ou des paraboles, des ellipses ou des hyperboles* (Paris, 1673); *Sectiones conicæ in novem libros distributæ* (1685); *Mémoire sur les épicycloïdes* (1694); *Traité des roulettes* (1704), et *Mémoire sur les conchoïdes* (1708).

Dans ces divers ouvrages, Lahire emprunte beaucoup à Desargues, qui répandait libéralement ses découvertes, écrivait peu et imprimait encore moins. Lahire, du reste, ne dissimule pas ce qu'il lui doit.



FERGUSON (JACOB).

(Né vers 1640.)

Il a laissé un ouvrage intitulé : *Labyrinthus algebræ* (Lahaye, 1667), où il traite de la préparation et de la résolution

des équations algébriques. Une partie séparée roule sur les propriétés des nombres figurés et sur leur sommation.

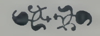
Il est surtout connu pour l'invention d'un équipage de roues dentées au moyen duquel on obtient des résultats singuliers à première vue; le fait curieux qui se trouve ainsi mis en évidence a reçu le nom de paradoxe de Ferguson.



GRAAF (REGNIER DE)

(Né à Schoonhoven, près d'Atrocht, en 1641, mort à Delft en 1673.)

Il vint faire ses études médicales en France et prit le titre de docteur à Angers, en 1665. Il est célèbre pour avoir reconnu, chez les femelles vivipares, les vésicules ovariennes qui portent son nom. L'ouvrage où il publia cette découverte est intitulé : *De mulierum organis generationi inservientibus tractatus novus, demonstrans homines et animalia, cætera omnia quæ vivipara dicuntur, haud minus quam ovipara, ab ovo originem ducere* (Leyde, 1672). Graff y démontre que les œufs aperçus par Harvey sont produits par l'ovaire lui-même et descendent dans la matrice après l'accouplement. Il produisit artificiellement une grossesse tubaire chez une chienne fécondée, en liant l'une des deux trompes. En même temps la grossesse naturelle s'était développée par le fonctionnement de l'autre trompe.



DALENCÉ.

(On ignore les dates de sa naissance et de sa mort.)

Il paraît être le premier physicien qui ait nettement insisté sur la nécessité d'adopter des points fixes pour la graduation du thermomètre et de diviser en parties égales la distance comprise sur le tube, bien calibré, entre les points où s'arrêtait la colonne, aux températures correspondantes. Mais il appliqua mal son principe, en se servant par exemple du point de fusion d'une substance aussi variable dans sa composition que le beurre.

Il publia ses idées à ce sujet en 1638 à Amsterdam dans un ouvrage intitulé : *Traité des baromètres, thermomètres et notiomètres.*



CASSEGRAIN.

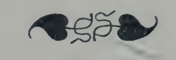
(On ignore les dates de sa naissance et de sa mort.)

Il donna dans le *Journal des Savants,* peu de temps après que le télescope de Newton eût été décrit dans les *Transactions philosophiques,* la description d'un autre télescope à miroir plus parfait.

Ce télescope différait essentiellement de ceux de James Grégory et de Newton en ce que le petit miroir, au lieu d'être concave, était convexe. « Cette modification, dit Poggendorff, paraît sans importance. Mais, dans le fait, c'est une modification essentielle, plus essentielle même que ne le croyait Cassegrain, qui n'était probablement pas arrivé à ce perfectionnement par des raisons purement théoriques.

« En effet : 1° ce télescope est plus petit que celui de Grégory, d'environ le double de la longueur focale du petit miroir, de sorte qu'à longueur égale il donne un grossissement plus fort; 2° comme les deux miroirs présentent leurs courbures en sens contraires, l'aberration de sphéricité s'en trouve diminuée; 3° enfin, les rayons ne se réunissant plus avant de parvenir à l'œil, il en résulte une moins grande déperdition de lumière.

« Les avantages qu'eût présentés le télescope de Cassegrain n'ont pas été appréciés par les contemporains. Pendant presque tout le XVIIIe siècle, on préféra le télescope de Grégory à ceux de Cassegrain et de Newton. »



APPENDICE

SUR

L'ORIGINE DE QUELQUES NOTATIONS MATHÉMATIQUES.

Nous avons, dans ce qui précède, volontairement omis tout ce qui pouvait se rapporter aux notations, aux signes et aux symboles, aux manières de formuler, par abréviations, les relations entre grandeurs ou entre nombres; en d'autres termes, nous nous sommes exclusivement occupés des idées, sans tenir aucun compte de la manière de les traduire.

Nous nous garderions de rien changer à notre plan à cet égard; il y a deux histoires : celle des idées et celle de leurs formules; c'est la première que nous avions en vue; la seconde, qui d'ailleurs exige des connaissances tout autres, s'adresse à d'autres besoins de l'esprit : nous l'avons délibérément mise de côté.

Rien cependant ne nous oblige à nous abstenir entièrement à l'égard des origines de quelques signes et notations, que le lecteur peut désirer connaître. L'obligeance de M. Charles Henry

nous fournit les moyens d'entrer à ce sujet dans quelques détails, et nous croyons devoir donner l'analyse d'une note qu'il a bien voulu nous communiquer sur les figures de nos chiffres et sur quelques notations.

Mais nous ferons remarquer combien nous avions eu raison de nous abstenir, les questions dont nous allons dire un mot n'ayant pu encore être éclaircies, malgré tous les travaux auxquels elles ont déjà donné lieu. Nous nous serions perdus dans les détails, sans grande utilité, et sans certitude d'arriver à la vérité.

Voici le résumé de l'intéressante note de M. Charles Henry :

Il existe deux grands systèmes de notations numérales : dans le premier, le plus primitif et le plus ancien, les nombres sont notés au moyen de barres; dans le second, ils le sont au moyen de chiffres. (Entre les deux se placerait le système intermédiaire où les signes numéraux sont des lettres.) Les barres, placées de différentes manières les unes par rapport aux autres, représentaient soit des unités simples, soit des dizaines, centaines, etc. Elles acquéraient aussi par leurs dispositions les qualités additive ou soustractive, etc. Les unités additives auraient dû être figurées par des barres placées à droite ou à gauche du signe d'une collection, les soustractives à gauche ou à droite. Mais aucune règle n'est suivie uniformément ni par les différents peuples, ni même par les individus appartenant à une même nation. Les unités simples sont habituellement représentées par des barres verticales, quelques multiples simples le sont par des combinaisons de barres diversement inclinées; quelquefois, les dizaines, centaines, etc., le sont par des barres alternativement horizontales et verticales.

Les Égyptiens employaient, pour représenter les neuf premiers nombres, les signes suivants, creux ou pleins :

I	▯
II	▯ ▯
III	▯ ▯ ▯
II II	▯ ▯ ▯ ▯
III II	▯ ▯ ▯ ▯ ▯
III III	▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯
IIII III	▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯
IIII IIII	▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯
III III III	▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯

Les Phéniciens se servaient de signes entièrement analogues, mais ils allaient plus loin : ils représentaient les nombres supérieurs à 10 en ajoutant aux précédents une barre horizontale. Ainsi,

I¯

II¯

III¯

IIII¯

II III¯

III III¯

etc., figuraient 11, 12, 13, 14, 15, 16, etc.; ils représentaient 10 par une barre horizontale qui, souvent, se recourbait.

On n'est pas d'accord sur le point de savoir si les premiers Grecs se sont servis des mêmes notations. Jamblique l'affirme dans ses commentaires sur Nicomaque. M. Nesselmann rejette cette opinion, M. Cantor la soutient, M. Henry l'appuie de l'exemple d'une inscription de l'an — 351 trouvée à Tralles, colonie d'Argiens, de Thraces ou de Pélasges.

D'après M. Edouard Biot, les Chinois aussi se servent quelquefois de barres qu'ils tracent verticalement pour les unités simples, horizontalement pour les dizaines, verticalement, de nouveau, pour les centaines, et ainsi de suite. Mais ils ont une manière particulière de noter les nombres supérieurs à 5 : ils les composent d'une barre perpendiculaire aux unités, laquelle vaut 5, et d'autant de barres qu'il reste d'unités. Ainsi :

𝍠 𝍡 𝍢 𝍣 𝍤 𝍥 𝍦 𝍧 𝍨

représentent les neuf premiers nombres d'unités simples, ou de centaines, etc., etc.

𝍩 𝍪 𝍫 𝍬 𝍭 𝍮 𝍯 𝍰 𝍱

représentent les neuf premiers nombres de dizaines, ou de mille, etc.

Les Étrusques et les anciens Latins se servaient des mêmes barres auxquelles ils joignaient trois signes particuliers : Λ ou V représentant 5; X (formé peut-être de deux V) représentant 10; et ↑ représentant 50. (Ce dernier signe est peut-être composé

d'un Λ (cinq) et d'une barre valant dix.) Quant aux lettres C et M, signifiant cent et mille, qu'ils employaient aussi, elles ne rentrent pas dans le même système de numération, ce sont des abréviations.

Voici un tableau de quelques nombres trouvés dans des inscriptions étrusques :

I	II	IIII	Λ	IΛ ou VI	IIΛ	IIIΛ
1	2	4	5	6	7	8

X	IIX ou XII	IIIIX ou XIIII	ΛX
10	12	14	15

IIΛX	IIIΛX	XIX	XX	IIIIΛXX ou XIXX
17	18	19	20	29

XXXX ou ↑X	↑I	↑	X↑	IIIIXXXX↑ ou XCIIII
40	49	50	60	94

On voit par ce tableau qu'un chiffre placé à la droite d'un autre de plus grande valeur est quelquefois soustractif, mais on y voit aussi que cette règle n'est pas uniformément suivie.

Ce sont les Romains qui ont fixé l'usage à cet égard : ils plaçaient invariablement à droite les chiffres additifs, à gauche les chiffres soustractifs, comme dans

IV	IIX	IX	XIV	XIIX	XXIIX	XLV	etc.
4	8	9	14	18	28	45	etc.

Cet usage s'est altéré durant le moyen âge.

Nous passons à l'histoire de l'invention des chiffres.

On n'est pas d'accord sur l'origine des noms des apices de Boëce : M. Vincent y voyait des souvenirs des traditions pythagoriciennes; Huet, Nesselmann, M. de Brière et M. Pihan leur supposaient déjà une origine sémitique ; M. Sédillot y voit des mots arabes mal transcrits; enfin M. Lenormant a reconnu dans cinq d'entre eux des mots assyriens.

M. Sédillot a cru pouvoir attribuer aux figures de nos chiffres une origine latine et M. Chasles a adopté cette conclusion.

M. Woepcke croit qu'ils nous viennent directement des Indiens.

M. Charles Henry pense pouvoir affirmer que les chiffres se sont formés sur place, sans intervention étrangère.

Voici le tableau (p. 138) qu'il a dressé des figures de ces chiffres à différentes époques :

1		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2			[illegible]	[illegible]					
3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
7				[illegible]					
8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
9		[illegible]							
10		[illegible]							
11	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
12	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
13	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
14			[illegible]				[illegible]		
15	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
16		[illegible]					[illegible]		
17	[illegible]								
18	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
19	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
20	(renversé) [illegible]	[illegible] (dju) [illegible]	[illegible] (renversé) (rare)	[illegible]	[illegible] (qq)	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

La première ligne contient les caractères que M. Woepcke a considérés d'après Prinsep, mais à tort, à la fois comme des chiffres et comme des initiales de mots sanscrits.

La deuxième ligne présente deux variantes d'un manuscrit de la bibliothèque grand-ducale de Carlsruhe. Ce spécimen a été publié par M. Treutlein dans le Bulletin du prince Boncompagni.

La troisième est empruntée au mémoire de M. Woepcke *Sur l'introduction de l'Arithmétique indienne en Occident.*

La quatrième a été extraite par M. Gerhardt d'un manuscrit du xve siècle de la bibliothèque Amploniana d'Erfürth.

Les spécimens n°s 5 à 12 sont tirés des *Éléments de paléographie*, de M. de Wailly.

Le treizième a été tiré d'un manuscrit d'Arundel publié par Halliwell (Londres, 1841) en tête de ses *Rara Mathematica.*

Les suivants, jusqu'au dix-septième inclus, ont été publiés par M. Friedlein.

Le dix-huitième est tiré de l'édition de 1508 de la *Margarita philosophica.*

Le dix-neuvième a été publié par M. Chasles.

La vingtième ligne contient les sigles des noms de nombres en écriture cursive du moyen âge d'après MM. de Wailly (*Éléments de paléographie*). et Chassant (*Dictionnaire des abréviations*).

(On nomme sigle la première lettre d'un mot, employée pour le représenter par abréviation.)

M. Charles Henry, et c'est là ce qu'il y a de neuf et d'intéressant dans son travail, voit avec quelque raison, la plus grande analogie entre les figures des chiffres, contenues dans les dix-neuf premières lignes et les sigles des noms des nombres reproduits dans la vingtième. Il en conclut que nos chiffres ne sont que des sigles.

M. Charles Henry passe ensuite aux différents signes employés en algèbre :

M. Drobisch a trouvé dans le *Compendium arithmeticæ mercatorum* d'Eger (Leipsick, 1489) les signes + et — dont on n'avait fait remonter l'invention qu'à Stifel (Chasles), ou à Léonard de Vinci (Libri).

Le signe × a été pour la première fois employé par Oughtred.

Le symbole de la proportion :: aurait été imaginé par Wallis.

C'est Harriot qui se servit le premier des signes > et <.

Le signe = aurait d'abord servi à indiquer une différence. L'égalité fut longtemps marquée par le signe ∝, abréviation de *æqualis*. On trouve souvent ce signe ∝ dans les œuvres de Huyghens et de ses contemporains.

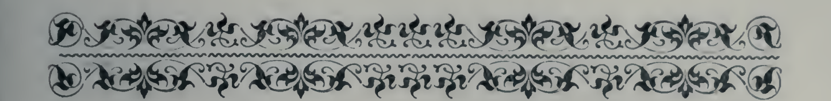
Le signe √ n'est autre chose que le sigle de l'un des mots *radix* ou *res*. Pour plus de détails, on pourra consulter les articles publiés par M. Charles Henry dans la *Revue Archéologique* en avril 1878, juin et juillet 1879.



ONZIÈME PÉRIODE

De NEWTON, né en 1642,
à EULER, né en 1707.

La liste des noms des savants de la Onzième Période sera donnée en tête du Tome VI *qui contiendra la suite de la Période.*



ONZIÈME PÉRIODE.

Cette période, féconde à tant d'égards, pourrait attirer notre attention de bien des côtés, mais l'invention de l'analyse infinitésimale y prime tellement toutes les autres, qu'elle gouverne d'ailleurs jusqu'à un certain point, que nous croyons pouvoir nous borner à en définir succinctement l'origine et le but.

Toute la théorie de la méthode de Leibniz, considérée dans ses deux parties, calcul différentiel et calcul intégral, consiste dans ces deux idées fondamentales : la recherche des conditions dans lesquelles un phénomène quelconque va continuer à se développer sera toujours plus facile que la recherche des équations qui traduiraient les lois de l'accomplissement de ce phénomène dans toute son étendue, et cependant la connaissance des conditions dans lesquelles se prolongera si peu que ce soit le développement du phénomène, pouvant servir à passer d'un état à un autre infiniment voisin, permettra d'assister en quelque sorte à l'accomplissement intégral de ce phénomène ; elle remplacera donc virtuellement les équations en quantité finies, que l'on voulait obtenir, et, par conséquent, celles-ci pourront se déduire de celles-là.

L'aptitude spéciale de la méthode infinitésimale à fournir

presque sans aucune difficulté les équations des problèmes les plus compliqués ressort avec évidence de ces deux principes : 1° l'accroissement infiniment petit que subit un effet dépendant à la fois de plusieurs causes, lorsque toutes ces causes varient simultanément infiniment peu, est la somme des accroissements qu'il prendrait partiellement si toutes les causes dont il dépend prenaient séparément et successivement les accroissements qu'elles doivent recevoir ; car les variations infiniment petites déjà subies par l'effet, en raison des variations des premières causes, n'influeront que d'une manière insensible sur la variation correspondant à la variation d'une nouvelle cause ; 2° La variation infiniment petite de l'effet, correspondant à la variation infiniment petite de l'une des causes, est proportionnelle à cette variation de la cause, parce que la cause n'ayant pas sensiblement changé de grandeur agit toujours de la même manière, dans l'intervalle considéré. Le rapport de l'accroissement de l'effet à l'accroissement de la cause dépend bien, il est vrai, à la fois, de l'état actuel des grandeurs de la cause considérée et de toutes les autres, mais il ne dépend que de cet ensemble arrêté à un état défini.

Ces quelques mots suffisent pour montrer l'immensité de la différence des difficultés à vaincre dans la recherche des équations en quantités finies et dans celle des équations différentielles d'un problème.

Dans la première, l'accroissement partiel de l'effet, correspondant à l'accroissement fini d'une des causes, s'exprimerait déjà par une relation le plus souvent très compliquée, mais la loi de formation de l'effet total, au moyen des effets partiels, serait en général bien plus compliquée encore.

La méthode différentielle supprime d'avance les complications de l'un et l'autre de ces deux genres.

Un ou deux exemples pourront ajouter à l'évidence de ce qui précède : considérons d'abord le cas où l'effet dépend de deux causes indépendantes l'une de l'autre. Soient V le volume d'un gaz, p sa pression et t sa température ; si, au lieu de varier de quantités finies p_1 et t_1, la pression et la température varient de quantités infiniment petites dp et dt, auxquelles correspondra un accroissement, aussi infiniment petit, dV, du volume, on écrira sans hésitation :

$$dV = P\,dp + T\,dt,$$

P et T désignant deux fonctions de p et de t que des théories préliminaires, ou l'expérience, feront connaître.

Supposons en second lieu qu'un solide ayant un mouvement connu, l'on veuille obtenir la variation de l'une des coordonnées d'un de ses points, par rapport à trois axes rectangulaires désignés, au bout d'un temps dt, infiniment petit. Le mouvement du solide pouvant à chaque instant se décomposer en deux, le mouvement de translation d'un de ses points et un mouvement de rotation autour d'un axe instantané passant par ce point ; le mouvement de translation pouvant d'ailleurs se décomposer à son tour en trois mouvements de translation parallèlement aux trois axes et le mouvement de rotation en trois mouvements de rotation autour de parallèles à ces mêmes axes, on formera la variation cherchée de la coordonnée désignée du point considéré, en ajoutant simplement les six variations que subirait séparément cette coordonnée, dans les six mouvements composants.

Il s'agissait dans les deux exemples précédents d'une fonction de variables indépendantes ; mais le principe s'applique égale-

ment bien et son application procure les mêmes avantages lorsque la fonction dont on veut connaître l'accroissement infiniment petit dépend de plusieurs variables liées les unes aux autres. Seulement, dans ce cas, bien entendu, après avoir établi la formule de la variation de la fonction comme si les variations des variables étaient indépendantes, il faut naturellement rétablir entre ces dernières variations les conditions de dépendance qui existent entre elles.

Au reste plus la question qu'on a en vue est compliquée et plus augmente la disproportion entre les difficultés des problèmes que présentent la mise en équations différentielles et la recherche des équations en quantités finies. Tellement qu'au delà d'un certain degré de complication, les équations différentielles du phénomène étudié, toujours aussi faciles à obtenir, ne peuvent plus être d'aucune utilité. On peut citer comme exemple les équations générales de l'Hydrodynamique, établies par Euler. On a dit de ces équations qu'elles étaient tellement *rebelles* qu'on n'avait rien pu en tirer; on aurait pu dire qu'il avait été si facile de les obtenir qu'il eût été bien singulier qu'on en pût tirer la solution du problème.

La mise en équations différentielles d'un problème peut n'exiger que la considération de deux états consécutifs du système des valeurs des causes et des effets; mais il peut souvent arriver que, pour exprimer les conditions de la question, on ait à faire intervenir trois, quatre, etc. états consécutifs de développement du phénomène.

Remarquons d'abord que, tous ces états étant infiniment voisins les uns des autres et devant se confondre en un seul à la limite, on pourra toujours, sans inconvénients, les supposer équi-

distants entre eux, par rapport à la cause, s'il n'y en a qu'une, ou par rapport à chaque cause, s'il y en a plusieurs, soit d'ailleurs que toutes les causes aient subi le même nombre ou des nombres différents de variations.

Il n'y a, au reste, de différence entre le cas d'une seule cause, ou variable indépendante, et celui de plusieurs, qu'en ce que, dans le second cas, les variations d'un des effets, ou variables dépendantes, sont des variations partielles.

Cela posé, soient x la variable indépendante, ou une des variables indépendantes, et y une des variables dépendantes, ou fonctions. Soient

$$x, \quad x + dx, \quad x + 2\,dx, \quad \ldots, \quad x + n\,dx,$$

les $n+1$ valeurs de x qui doivent être considérées et

$$y, \quad y_1, \quad y_2, \quad \ldots, \quad y_n,$$

les valeurs correspondantes de y.

On pourrait introduire toutes ces valeurs de y dans le calcul, mais il sera plus simple, pour les raisons données plus haut, d'y introduire leurs différences

$$y_1 - y, \quad y_2 - y_1, \quad \ldots, \quad y_n - y_{n-1},$$

que nous désignerons, pour un instant, par

$$dy, \quad dy_1, \quad \ldots, \quad dy_{n-1}.$$

Considérons à leur tour les différences

$$dy_1 - dy, \quad dy_2 - dy_1, \quad \ldots, \quad dy_{n-1} - dy_{n-2},$$

que nous désignerons momentanément par

$$d^2y, \quad d^2y_1, \quad \ldots, \quad d^2y_{n-2};$$

ces nouvelles différences étant elles-mêmes infiniment petites par rapport à dy, dy_1, etc., elles s'introduiront plus facilement dans les calculs que les quantités dy, $dy_1, \ldots, dy_{n-1}$.

De même au lieu de d^2y, $d^2y_1, \ldots, d^2y_{n-2}$, il vaudra mieux introduire leurs différences

$$d^2y_1 - d^2y, \quad d^2y_2 - d^2y_1, \quad \ldots, \quad d^2y_{n-2} - d^2y_{n-3},$$

qu'on pourra représenter par

$$d^3y, \quad d^3y_1, \quad \ldots, \quad d^3y_{n-3};$$

et ainsi de suite.

En continuant ainsi on arrivera à la différence unique

$$d^n y :$$

et au lieu des $n + 1$ quantités

$$y, \quad y_1, \quad y_2, \quad \ldots, \quad y_n,$$

on pourra considérer les $n + 1$ autres

$$y, \quad dy, \quad d^2y, \quad \ldots, \quad d^ny.$$

Au reste les unes et les autres seront liées par les formules

$$y_n = y + n\,dy + \frac{n(n-1)}{1.2} d^2y + \ldots$$

et

$$d^ny = y_n - n y_{n-1} + \frac{n(n-1)}{1.2} y_{n-2} \ldots,$$

qu'on déduit aisément de ce qui précéde.

dy, d^2y, $d^3y, \ldots, d^ny$ s'appellent les différentielles première, seconde, troisième, ..., $n^{\text{ième}}$, de y, et comme, par suite de ce qui prècède,

$$d^py = d^{p-1}y_1 - d^{p-1}y,$$

chaque nouvelle différentielle s'introduira dans les calculs comme la différentielle de la précédente.

Soit $f(x, \dots)$ la fonction de x et d'autres variables, qui représente y; si l'on ne considère que les différentielles partielles de y par rapport à x, on aura d'abord :

$$dy = f_1(x \dots) \, dx,$$

f_1 désignant une certaine fonction qu'il faudra calculer; dy_1 serait de même représenté par

$$dy_1 = f_1(x + dx \dots) \, dx \, ;$$

d^2y le sera donc par

$$d^2y = dy_1 - dy = f_2(x \dots) \, dx^2,$$

f_2 étant une nouvelle fonction qu'il faudra calculer; de même d^3y sera représenté par

$$d^3y = d^2y_1 - d^2y = f_3(x, \dots) \, dx^3,$$

et ainsi de suite :

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}$$

sont donc des quantités finies; on les nomme les dérivées ou fluxions des divers ordres de y par rapport à x.

La méthode au moyen de laquelle on forme les équations différentielles consistant à négliger toujours les infiniment petits d'ordres supérieurs à ceux que l'on conserve, il en résulte qu'une équation différentielle a toujours tous ses termes du même ordre de grandeur et que, par conséquent, si on les divise tous par la puissance de dx qui marque cet ordre, l'équation

prend nécessairement la forme

$$F\left(x, \ldots y, \ldots \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots \frac{d^ny}{dx^n}\right) \text{(1)}.$$

La même remarque convient évidemment au cas où, après avoir fait varier plusieurs fois une des causes, on fait ensuite varier quelques-unes des autres; il s'introduit alors des expressions de la forme,

$$\frac{d^{p+q}y}{dx^p dx'^q},$$

x et x' désignant deux causes distinctes et indépendantes.

La formule

$$\frac{d^{p+q}y}{dx^p dx'^q}$$

(1) Le cas où, pour certains systèmes de valeurs des causes et des effets, quelques dérivées de certains effets, par rapport à certaines causes, se trouveraient nulles ou infinies, paraîtrait devoir faire exception à cette règle générale. Mais de tels systèmes de valeurs sont exceptionnels et l'on ne doit pas s'en préoccuper lorsqu'on écrit les équations générales du phénomène que l'on étudié. Ces équations s'appliquent encore aux cas singuliers qui peuvent se présenter, en ce sens, du moins, qu'elles peuvent servir à les signaler, parce qu'elles donnent forcément des valeurs nulles ou infinies pour les dérivées qui doivent prendre accidentellement ces valeurs exceptionnelles, attendu qu'elles subsistent pour des valeurs des causes et des effets infiniment voisines des valeurs singulières considérées et que, si une dérivée doit devenir nulle ou infinie, elle prend forcément, un peu avant, des valeurs très petites ou très grandes.

Les équations générales du phénomène étudié conduisent donc tout naturellement à la découverte des cas singuliers que peut présenter ce phénomène. Mais elles ne pourraient plus servir à l'étude intime et à la discussion de ces cas singuliers. Cette étude et cette discussion ne peuvent être instituées qu'à l'aide de nouvelles équations, qu'il faut former à cet effet, et qui ne doivent, bien entendu, relier entre elles que les dérivées qui deviennent en même temps nulles, ou en même temps infinies et les inverses de celles qui deviennent alors infinies ou nulles.

représente la $q^{\text{ième}}$ dérivée par rapport à x' de la $p^{\text{ième}}$ dérivée par rapport à x de la fonction y de ces deux variables indépendantes; mais l'emploi de cette formule n'entraîne pas l'hypothèse que $d^{p+q}y$ ait été tiré des valeurs qu'aurait pris y si l'on avait d'abord donné à x les valeurs

$$x,\ x+dx,\ \ldots,\ x+p\,dx,$$

en laissant alors à x' sa valeur initiale, puis qu'on ait ensuite donné à x' les valeurs

$$x',\ x'+dx',\ \ldots,\ x'+q\,dx',$$

en laissant à x sa valeur finale $x+p\,dx$: l'ordre dans lequel on aura fait prendre à x et à x' leurs accroissements successifs est en effet indifférent, pourvu qu'on ait fait prendre respectivement à x et à x', p accroissements égaux à dx et q accroissements égaux à dx' ; ou, en d'autres termes, on peut toujours intervertir l'ordre des dérivations consécutives d'une fonction, par rapport à deux des variables dont elle dépend. En effet, soient t la dérivée précédemment formée de la fonction, et u, v les variables par rapport auxquelles il faut la dériver successivement : u, v, t sont les coordonnées d'un point d'une surface et il est clair que pour passer du point de cette surface dont la projection sur le plan des uv a pour coordonnées u et v, au point dont la projection sur le même plan a pour coordonnées $u+h$ et $v+k$, on peut à volonté suivre deux côtés consécutifs du quadrilatère, déterminé sur la surface par les deux plans parallèles à celui des vt, menés aux distances u et $u+h$ et par les deux plans parallèles à celui des ut, menés aux distances v et $v+k$: quels que soient h et k, la valeur finale de t sera toujours la même. Mais, si h et k sont infiniment petits

et représentés par du et dv, les trois valeurs prises par t seront elles-mêmes représentées, dans l'un des cas, par

$$t, \quad t + \frac{dt}{du}du, \quad t + \frac{dt}{dv}dv + \frac{dt}{du}du + \frac{d^2t}{du\,dv}du\,dv,$$

et, dans l'autre, par

$$t, \quad t + \frac{dt}{dv}dv, \quad t + \frac{dt}{du}du + \frac{dt}{dv}dv + \frac{d^2t}{dv\,du}dv\,du;$$

l'égalité des valeurs finales de t entraîne donc l'égalité

$$\frac{d^2t}{du\,dv} = \frac{d^2t}{dv\,du}.$$

Il arrive souvent que, les équations différentielles d'un problème étant formées, on a besoin de les différentier, en vue d'augmenter le nombre des états consécutifs du phénomène, reliés entre eux par les équations.

Or, pour augmenter ce nombre d'une unité, en supposant que x soit la variable indépendante qu'on veut faire varier, et que y soit l'une des fonctions, il faudrait remplacer, dans les équations proposées, x par $x + dx$, y par $y + dy$, dy par $dy + d^2y$, d^2y par $d^2y + d^3y$, et ainsi de suite, mais, les équations proposées subsistant à côté des nouvelles, il vaudra mieux les en soustraire ; on retranchera donc chacune des anciennes de celle qu'elle aura produite ; cela se fera en calculant l'accroissement subi par le premier membre de cette ancienne équation, et, pour le faire, on appliquera encore la règle fondamentale du calcul différentiel : l'accroissement total est la somme des accroissements partiels.

Tels sont les principes du calcul différentiel.

Quant au calcul intégral, qui a pour objet de remonter des

équations différentielles aux équations en quantités finies, il ne se compose naturellement que de procédés, car il ne s'agit que d'obtenir des équations qui, différentiées, reproduiraient les équations différentielles proposées.

Il reste à examiner la question de savoir si les équations différentielles d'un problème en déterminent les équations finies et jusqu'à quel point.

Quelles que soient les conditions de la question que l'on veut traiter, si cette question est complètement déterminée, jamais les équations différentielles destinées à les traduire ne comprendront toutes ces conditions : il y en aura toujours quelques-unes dont, par suite même de la nature de la méthode employée, on devra forcément faire abstraction, en sorte que les équations différentielles d'un problème n'équivalent jamais aux équations en quantités finies.

Mais il y a à cet égard une différence capitale à faire entre le cas où la question ne comporte qu'une seule variable indépendante et celui où elle en comporte plusieurs.

Examinons d'abord le premier cas et, pour plus de simplicité, supposons que la question ne comporte non plus qu'une seule variable dépendante ou fonction (s'il y avait p fonctions à considérer, elles seraient liées à la variable indépendante par p équations différentielles et les explications seraient plus compliquées, mais analogues); soient x la variable indépendante, y la fonction, et supposons que la condition énoncée soit de telle nature que pour la traduire on ait été obligé de recourir à une équation différentielle de l'ordre n :

Nous avons vu qu'une équation différentielle de l'ordre n est

une relation entre $n+1$ états consécutifs d'un phénomène, infiniment voisins les uns des autres et équidistants entre eux, par rapport à la variable indépendante; l'équation obtenue déterminerait donc le $(n+1)^{\text{ième}}$ état par rapport aux autres, mais ces n autres ne seront déterminés par rien, les valeurs de y_0, $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0, \ldots, \left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)_0$ correspondant à une valeur x_0 de x seront restées arbitraires et l'équation ne déterminera que $\left(\frac{d^n y}{dx^n}\right)_0$, puisqu'elle n'a eu pour objet que de représenter la loi suivant laquelle le développement du phénomène se prolonge, et non pas la loi précise suivant laquelle il s'accomplit; cette équation aura donc laissé de côté les circonstances, indiquées par l'énoncé, dans lesquelles le phénomène commence à se produire; par conséquent l'équation intégrale contiendra nécessairement les n arbitraires

$$y_0, \left(\frac{dy}{dx}\right)_0, \ldots, \left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)_0,$$

ou d'autres équivalentes.

Mais, à cela près, l'équation différentielle déterminera parfaitement l'équation intégrale. En effet, si l'on se donne à volonté les n points

$$(x_0, y_0), \quad (x_0+h, y_1), \quad (x_0+2h, y_2), \quad \ldots, \quad [x_0+(n-1)h, y_{n-1}],$$

que l'on se serve de l'équation obtenue pour calculer successivement les ordonnées des suivants,

$$(x_0+nh, y_n), \quad [x_0+(n+1)h, y_{n+1}], \quad \ldots,$$

et que l'on rejoigne tous ces points deux à deux par des lignes

droites, on aura un certain polygone, dont la figure dépendra de la grandeur de h, de y_0 et des $(n-1)$ premières différences de y_0; si on relie chacune de ces $(n-1)$ différences à h, par une loi d'ailleurs arbitraire et qu'on fasse tendre h vers zéro, le polygone aura pour limite une certaine courbe, et cette courbe sera une des courbes capables de représenter la marche de la fonction y.

On voit ainsi qu'après avoir obtenu l'équation intégrale la plus générale de l'équation différentielle proposée, il suffira toujours, pour achever la détermination de la fonction, de recourir à celles des conditions de l'énoncé qui se rapportaient aux circonstances initiales.

Il est loin d'en être ainsi lorsque la question comporte plusieurs variables indépendantes et que, par suite, les équations différentielles du phénomène sont des équations entre les dérivées partielles de la fonction, par rapport aux variables dont elle dépend.

Ainsi, pour nous borner au cas le plus simple, supposons qu'il s'agisse d'une fonction z de deux variables indépendantes seulement, x et y, et que l'équation différentielle proposée soit du premier ordre, c'est-à-dire ne contienne que les dérivées partielles du premier ordre de z par rapport à x et à y, $\frac{dz}{dx}$ et $\frac{dz}{dy}$, que nous désignerons par p et q.

Sans doute, si l'on connaissait p et q en fonction de x et y, l'équation

$$dz = p\,dx + q\,dy$$

permettrait de tracer sur la surface dont les coordonnées seraient x, y et z tous les polygones infinitésimaux que l'on voudrait, à

partir du point choisi à volonté sur la parallèle à l'axe des z menée par le point (x_0, y_0).

Mais la question ne peut pas être posée dans ces termes, d'abord parce que se donner p et q serait se donner deux équations

$$\frac{dz}{dx} = p \quad \text{et} \quad \frac{dz}{dy} = q,$$

qui seraient généralement incompatibles, puisqu'il n'y aurait à déterminer qu'une inconnue z; et, en second lieu, parce que, si on connaissait effectivement p et q et qu'il y eût compatibilité, la question changerait entièrement de nature, car, dans ce cas, l'une des deux équations

$$\frac{dz}{ax} = p, \quad \frac{dz}{dy} = q$$

serait l'équation à intégrer et l'autre constituerait une condition supplémentaire, destinée à réduire l'indétermination dont serait affectée l'intégrale obtenue.

Une équation aux dérivées partielles du premier ordre de z, par rapport à x et à y, est une équation de la forme

$$f\left(x, y, z, \frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}\right) = 0$$

ou

$$f(x, y, z; p, q) = 0.$$

Or, supposons qu'on en voulût tirer seulement la suite des valeurs de z correspondant à une suite indéfinie de valeurs de x,

$$x, \; x + dx, \; x + 2dx, \; \ldots,$$

et à une même valeur de y; en d'autres termes, supposons qu'on voulût construire la section de la surface dont les coordonnées

seraient x, y et z, par un plan parallèle au plan des zx : on pourrait se donner x_0, y_0, z_0 et q_0; l'équation fournirait alors p_0 et, par son moyen, on parviendrait au point

$$(x_0 + dx_0, y_0, z_1).$$

Mais, arrivé en ce point, il faudrait aussi se donner q_1, pour pouvoir calculer p_1 et continuer. Il faudrait ainsi se donner, de proche en proche, toutes les valeurs de q en tous les points de la surface contenus dans le plan

$$y = y_0;$$

mais se donner ces valeurs reviendrait à se donner une relation entre q et x et la constante arbitraire y. Cette relation déterminerait du reste entièrement la surface. En effet elle déterminerait d'abord la section par le plan

$$y = y_0,$$

puis comme p_0 et p_0 seraient déterminés, le point correspondant à x_0 et $y_0 + dy_0$ le serait aussi, de sorte que la section par le plan

$$y = y_0 + dy_0$$

serait aussi déterminée, et ainsi de suite.

On voit donc que, pour déterminer complètement la surface répondant à une équation différentielle

$$f(x, y, z, p, q) = 0,$$

il y aurait à choisir, à volonté d'ailleurs, une certaine relation; par conséquent l'intégrale la plus générale d'une équation aux différentielles partielles du premier ordre d'une fonction de deux variables indépendantes devra contenir une fonction arbitraire; et

il n'est pas difficile de concevoir que l'indétermination croîtrait rapidement avec l'ordre de l'équation différentielle.

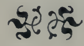
Mais ces indications ne pourront être complétées que plus loin, à propos des travaux de Monge.



Progrès de l'Arithmétique.

Les tables de logarithmes et les tables trigonométriques s'étendent et se perfectionnent; l'Arithmétique profite aussi des progrès de la théorie des suites et de celle des différences finies.

Deparcieux établit les premières tables de mortalité.



Progrès de l'Algèbre.

Newton établit la formule des coefficients du binôme, indique un nouveau moyen de trouver la limite supérieure des racines d'une équation numérique et une méthode pour l'approximation successive des racines; il fonde la théorie des fonctions symétriques des racines des équations algébriques et résout le problème général de l'interpolation, en déterminant le polynome le plus général du degré m qui prend $m+1$ valeurs données pour $m+1$ valeurs de la variable.

Maclaurin simplifie la recherche de la limite supérieure des racines des équations numériques. Rolle enseigne une méthode pour déterminer par des essais successifs le nombre des racines réelles d'une équation numérique et les séparer. Moivre con-

stitue la théorie des séries récurrentes et découvre la formule qui établit un premier rapprochement entre les fonctions circulaires et les fonctions exponentielles. Montmort, Moivre et Nicole étendent le calcul des probabilités. Cramer donne la règle d'après laquelle se forment, en fonction des coefficients, les valeurs des inconnues d'un système d'équations du premier degré.



Progrès de l'Analyse.

Leibniz et les Bernoulli fondent l'analyse infinitésimale, dont Newton avait antérieurement constitué, par une méthode plus pénible, simple prolongement de celle de Barrow, le Chapitre équivalent à ce que nous appelons aujourd'hui la théorie des dérivées des fonctions algébriques, avec retour aux fonctions primitives, dans quelques cas simples. Lhopital donne une règle pour trouver la valeur limite vers laquelle tend une expression qui prend une forme illusoire. Côtes réduit en corps de doctrine la question de l'intégration des différentielles rationnelles; Moivre lève les dernières difficultés que présentait cette question. Nicole s'attache à développer la théorie du calcul des différences finies, qu'il enrichit de la sommation de suites intéressantes. Taylor découvre la formule générale du développement en série de l'accroissement d'une fonction dont la variable a subi un accroissement fini. Maclaurin donne la première démonstration de la formule de Taylor. Nicolas Bernoulli établit les conditions d'intégrabilité d'une expression présentant la forme d'une différentielle totale. Fontaine des

Bertins montre que l'intégrale générale d'une équation différentielle de l'ordre m doit contenir m constantes arbitraires. Jacques et Jean Bernoulli fondent la théorie des isopérimètres, c'est-à-dire des maximums et minimums d'intégrales portant sur des différentielles où une fonction arbitraire se trouve mêlée à la variable indépendante. Fagnano jette les bases de la théorie des fonctions elliptiques, par ses recherches sur les arcs d'ellipse et d'hyperbole qui ont des différences assignables, et sur la bissection d'un arc de lemniscate.

Progrès de la Géométrie.

Ceva démontre, par une application des principes de la Statique, différents théorèmes importants relatifs à la théorie des transversales. Tschirnhausen imagine et étudie les caustiques par réflexion, d'où sort peu après la théorie des enveloppes. Newton classe toutes les courbes du troisième ordre et fait voir qu'elles se déduisent toutes, par perspective, de cinq d'entre elles. Halley résout le problème de construire une conique dont on donne le foyer et trois points. Saurin éclaircit la question des tangentes aux points multiples des courbes algébriques; Moivre et Lambert se partagent l'honneur d'avoir donné naissance à la Trigonométrie imaginaire. Côtes donne son théorème sur la moyenne harmonique entre les distances d'un point fixe aux points de rencontre d'une sécante quelconque, menée de ce point, avec une courbe de degré m. Frézier prélude à l'invention de la Géométrie descriptive. Maclaurin étend considérablement la

théorie des transversales et en tire la construction du cercle osculateur à une courbe algébrique en l'un quelconque de ses points.



Progrès de la Mécanique.

Papin construit la première machine mue par la vapeur. Savery et Newcommen y ajoutent d'importants perfectionnements. Newton détermine les lois du mouvement d'un point matériel attiré vers un centre fixe par une force inversement proportionnelle au quarré de sa distance à ce centre. Sauveur établit la formule de la résistance éprouvée par une corde qui glisse sur la circonférence d'un cercle fixe. Varignon constitue la théorie des moments, énonce le principe des vitesses virtuelles qu'il vérifie sur toutes les machines simples et résout la question de l'équilibre d'un polygone funiculaire. Amontons ébauche la théorie du frottement. Parent, puis Deparcieux, entament avec succès la théorie des roues hydrauliques et celle des moulins à vent. Maclaurin calcule l'attraction exercée par un ellipsoïde homogène sur une molécule matérielle située à sa surface ou dans son intérieur; il démontre qu'une masse fluide homogène animée d'un mouvement de rotation autour d'un axe passant par son centre de gravité doit prendre la figure d'un ellipsoïde de révolution autour de cet axe; il ébauche la théorie des marées. Leibniz, les Bernoulli, Jacques et Jean, Newton, Lhopital et Huyghens résolvent les problèmes de la brachystochrone, de la chaînette, etc. Daniel Bernoulli établit son théorème sur la dression variable d'un liquide le long d'une veine pesante, soumise à un régime permanent.

Progrès de l'Astronomie.

Newton établit le principe de la gravitation universelle comme conséquence des deux premières lois de Képler; vérifie que la force qui retient la Lune dans son orbite n'est autre que la pesanteur; en un mot, fonde le système du monde. Rœmer détermine la vitesse de la lumière, découverte qui influe sur toutes les données astronomiques. Halley donne la première méthode pour la détermination des trajectoires des comètes et prédit pour 1682 le retour de celle que Képler avait observée en 1607. Louville donne une évaluation un peu plus approchée que les précédentes de la diminution de l'obliquité de l'écliptique. Leroy construit des montres plus dignes du nom de chronomètres. Delisle perfectionne, pour la détermination de la parallaxe du Soleil, la méthode fondée sur l'observation des passages de Vénus et de Mercure, imaginée par Halley. Bradley découvre la nutation de la ligne des pôles terrestres et l'aberration des étoiles fixes.



Progrès de la Physique.

Newton analyse la lumière solaire.

Rœmer détermine la vitesse de propagation de la lumière. Homberg signale de nouveau l'accroissement de volume de l'eau un peu avant sa congélation. Sauveur fonde les bases de l'Acoustique. Graham imagine le premier mode de compensation du pendule. Ditton donne la première explication des phénomènes de capillarité. Balthazar invente le microscope solaire. Réaumur

construit le premier thermomètre. Fahrenheit imagine son aréomètre, construit le thermomètre à mercure et invente l'héliostat. Bouguer invente l'héliomètre. Klingenstierna soupçonne la possibilité d'obtenir des lunettes achromatiques; Dollond réussit à obtenir un résultat si désirable.



Progrès de la Chimie.

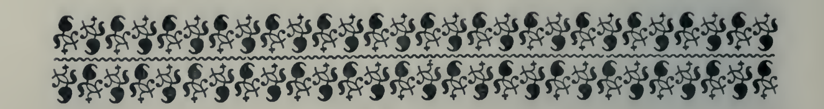
Homberg pose les premières bases de la loi des proportions définies, par ses remarques sur la saturation réciproque des acides et des alcalis. Brandt découvre le cobalt et l'arsenic et les range parmi les métaux. Mayow distingue dans l'air atmosphérique deux parts, l'une qui entretient la combustion et qu'il appelle *sel vital*, l'autre qui y reste étrangère. Lémery achève de débarrasser la Chimie de toutes les visées philosophales.



Progrès de la Physiologie.

Hartsoecker découvre les animalcules séminaux. Sarrabat reconnaît la circulation de la sève dans les plantes. Duhamel du Monceau décrit les lois de l'accroissement des plantes, de la formation de l'écorce et du bois, la manière dont les branches se transforment en racines et réciproquement. Mayow pense que c'est le *sel vital* contenu dans l'air qui artérialise le sang, en s'unissant aux molécules *sulfureuses* qu'il contient.





BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA ONZIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

ISAAC NEWTON.

(Né à Woolsthorpe, dans le Lincolnshire, en 1642, mort à Kensington en 1727.)

On ne le crut pas destiné à vivre, car il était né avant terme, comme Kepler. Sa mère devint veuve peu après lui avoir donné naissance et se remaria. L'enfant, âgé alors de trois ans, fut confié à sa grand'mère, qui lui fit donner les premiers éléments de l'instruction dans l'école du village. Il fut envoyé, à l'âge de douze ans, à Grantham, pour y apprendre le latin. Il raconte lui-même qu'il était d'abord très inattentif et un des derniers de sa classe. Il ne serait sorti de sa léthargie que pour enlever la place de premier à un de ses camarades qui l'avait battu. Sa petite taille et sa débilité l'éloignaient des jeux bruyants de ses condisciples. Il passait tout le temps des récréations à construire des machines de diverses sortes : de petits moulins où une souris faisait l'office de meunier, une horloge à eau, dont l'aiguille était mue par un petit morceau de bois qui s'enfonçait à mesure que

l'eau s'écoulait, un cadran solaire, une voiture que le conducteur placé sur le siège mettait en mouvement avec les bras. Il s'exerçait aussi au dessin et à la peinture, pour laquelle il conserva toujours un goût marqué et qu'il cultiva avec un certain succès. Pendant son séjour à Grantham, Newton était logé chez le docteur Clark, pharmacien de cette ville, et il y conçut pour Mlle Storay, plus tard Mme Vincent, une passion enfantine qui devint une amitié de toute la vie.

La mère de Newton devint veuve une seconde fois et revint à Woolsthorpe avec les enfants de son second mariage. Elle rappela près d'elle son fils aîné, pour qu'il l'aidât à gérer son petit bien ; mais elle ne tarda pas à s'apercevoir que les goûts de l'enfant pour l'étude et la méditation le rendaient d'un faible secours dans les questions d'achat et de vente de grains et de légumes.

Les conseils d'un oncle de Newton, alors âgé de dix-neuf ans, la décidèrent à l'envoyer au collège de la Trinité, à Cambridge. Newton y suivit les leçons de Barrow, et s'y familiarisa avec la *Géométrie* de Descartes et l'*Arithmétique des infinis* de Wallis.

C'est vers cette époque qu'il paraît avoir découvert la formule des coefficients du binôme, qui a gardé son nom, et les premiers éléments de la *Méthode des fluxions*, à laquelle conduisaient naturellement les beaux travaux de ses deux maîtres, Barrow et Wallis. Il paraît avoir commencé alors à s'occuper de recherches sur la lumière, et avoir reconnu qu'un rayon de soleil, tombant sur un prisme de verre par un petit trou pratiqué dans le volet d'une chambre obscure, se divise de manière à produire sur le mur une image formée des sept couleurs de l'arc-en-ciel. Le fait,

toutefois, ne paraît pas complètement établi; en tout cas, Newton n'aurait fait alors confidence de ses découvertes à personne; autrement Barrow ne l'eût pas mis au second rang, en 1665, dans un concours à une place d'agrégé de l'université, où son concurrent n'avait aucune valeur.

En 1666, une épidémie dispersa les élèves de Cambridge, et Newton se retira momentanément dans sa famille. A son retour, il prit successivement, en 1667 et 1668, les divers grades universitaires. Les examens qu'il eut à subir firent probablement apprécier sa valeur, malgré une timidité qu'il n'a jamais pu vaincre, car il fut désigné en 1669 pour succéder comme professeur de Mathématiques à Barrow, qui venait de donner sa démission.

Une circonstance paraît infirmer l'opinion d'après laquelle Newton aurait été déjà à cette époque en possession de sa théorie de l'inégale réfrangibilité des couleurs : Barrow, qui était devenu son ami, a publié, en 1669, un *Traité d'Optique*, pour la rédaction duquel il réclama les conseils et l'aide de son ancien élève; or, ce *Traité d'Optique* contient une foule de choses très mauvaises, que Newton n'aurait pas laissé passer, s'il eût fait déjà les découvertes dont il s'agit; car on ne peut guère admettre qu'il se soit laissé guider, en cette circonstance, par des considérations bien mesquines d'intérêt personnel. Il est plus naturel de supposer que c'est au contraire la part indirecte qu'il prit à la publication de l'œuvre de Barrow qui attira son attention sur les phénomènes lumineux. Quoi qu'il en soit, il est certain que Newton exposa sa théorie de la composition de la lumière blanche dès 1669, 1670 et 1671 dans ses leçons à Cambridge (*Lectiones opticæ*); c'est aussi dans le cours des mêmes années

qu'il compléta l'explication du phénomène de l'arc-en-ciel, qu'avait donnée Descartes.

Dans la même année 1671, il exécuta de ses propres mains son télescope à réflexion. Ce télescope ne diffère de celui que David Grégory avait décrit dans l'année 1663 qu'en ce que Newton plaçait l'oculaire sur le côté du tube, tandis que Grégory le mettait derrière le miroir sphérique, évidé en son milieu. Dans l'un et l'autre, des miroirs convenablement disposés renvoyaient l'image au foyer de la loupe. Mersenne, avait déjà, en 1639, proposé la substitution de ce genre d'instruments au télescope de Galilée.

L'ouvrage qui commença la réputation de Newton est probablement son *Arithmétique universelle*, qu'il écrivit sans doute pour ses élèves, dès les premières années où il professa les Mathématiques à Cambridge. Cet ouvrage n'était pas destiné à l'impression; il n'a été publié qu'en 1707, par G. Whiston, qui avait remplacé Newton dans sa chaire en 1695. Plusieurs autres éditions parurent en 1722, 1728, 1769. Le titre complet est : *Arithmetica universalis, sive de compositione arithmetica liber, auctore Is. Newton.* On y trouve le calcul des fractions décimales, celui des racines, le calcul algébrique des radicaux, la résolution des équations des premiers degrés, la composition des coefficients des équations de degrés quelconques, la transformation des équations et leur résolution pour les quatre premiers degrés, avec la construction des racines, la théorie de l'élimination et un grand nombre de problèmes très intéressants de Géométrie, résolus par l'Algèbre. Cet ouvrage révélait déjà un professeur éminent.

Nommé, le 11 janvier 1672, membre de la Société royale de

Londres, sur la proposition de l'évêque de Salisbury, Newton fut obligé de demander à être dispensé de la contribution hebdomadaire de 1 schelling (1^{fr}, 25) imposée à chaque membre.

C'est au commencement de 1675 qu'il communiqua à la Société royale son explication des couleurs différentes des corps exposés à la lumière blanche. (Il en avait donné des extraits, dès 1672, dans quelques lettres adressées à Oldenbourg et qui furent insérées alors dans les *Transactions philosophiques*.) A la fin de la même année, il donna sa théorie des couleurs produites par la superposition des lames minces. Ce dernier phénomène avait déjà été observé par Boyle et Hooke. Les observations sur l'inflexion de la lumière (diffraction), découverte par Grimaldi, n'ont été publiées qu'en 1704, dans la première édition du *Traité d'Optique* en anglais, qu'il ne faut pas confondre avec les *Lectiones opticæ*. Nous allons dire un mot de ce traité, ce qui ne nous empêchera pas de revenir sur les travaux optiques de l'illustre géomètre.

Newton y décrit les expériences qui établissent la composition de la lumière blanche et explique l'inégale réfrangibilité des couleurs; il en déduit la théorie de l'arc-en-ciel, et développe ensuite l'hypothèse de l'émission, d'après laquelle les rayons de lumière doivent être considérés comme dus au mouvement de fort petits corpuscules lancés ou poussés hors des corps lumineux. Il explique dans cette hypothèse, par des attractions et des répulsions à de très petites distances, les divers phénomènes auxquels donne lieu la lumière.

La théorie de l'émission est aujourd'hui remplacée par celle des ondulations; il serait donc superflu d'insister sur les vices des démonstrations de Newton. Mais il convient d'observer que, ses

idées préconçues l'ayant conduit à rejeter l'explication donnée par Huyghens du phénomène de la double réfraction, l'autorité de son nom a malheureusement concouru à écarter pendant près de cent ans les physiciens de la bonne voie; de sorte que Newton aurait encouru rigoureusement le reproche de moderne aristotélisme, que lui et ses partisans adressèrent si amèrement à la mémoire de Descartes, tandis que les tourbillons, tant bafoués, auraient, au contraire, excité le génie d'Huyghens.

L'*Optique* de Newton contient une prédiction qui a été regardée comme presque divine : on y lit que le diamant est probablement une substance onctueuse coagulée, parce que son pouvoir réfringent est beaucoup plus considérable que sa densité ne le comporterait, si on le compare aux autres corps. La qualité pour une substance d'être onctueuse, mais coagulée, ne paraît pas très caractéristique; au reste, il est juste de faire observer que l'expérience dans laquelle Averani et Targioni, membres de l'Académie *del Cimento*, brûlèrent du diamant sous les yeux du grand-duc de Toscane, est de 1694, antérieure par conséquent de dix ans à la publication du *Traité d'Optique*. Newton a dû connaître cette expérience, qui eut un assez grand retentissement. En résumé, si Newton a montré d'une façon éclatante les ressources immenses de son génie, dans la partie théorique de son *Optique*, il n'a toutefois rendu de services durables à la théorie de la lumière que comme expérimentateur d'une habileté et d'une sagacité, il est vrai, incomparables.

Ses autres travaux, en physique, ont moins d'importance. Le thermomètre dont il se servait habituellement et qu'il avait construit lui-même, avait pour points fixes la température de la glace fondante et celle du corps humain; mais la température du

corps humain varie avec une foule de circonstances. L'intervalle était divisé en douze parties égales.

Il proposa, pour le refroidissement, la loi suivante, qui porte son nom : *la quantité de chaleur perdue par un corps, dans un temps très petit, est proportionnelle à l'excès de sa température sur celle du milieu ambiant.*

Ce serait lui, paraît-il, qui aurait le premier constaté l'électrisation d'une lame de verre frottée avec du drap.

Il croyait que les aimants agissent les uns sur les autres en raison inverse du cube de la distance.

Des considérations théoriques l'avaient amené à admettre que *la résistance opposée par un fluide à un corps en mouvement est égale au poids de ce fluide contenu dans le cylindre circonscrit au corps, parallèlement à la direction du mouvement, et dont la hauteur serait celle dont le mobile devrait tomber pour acquérir sa vitesse.*

Il a donné aussi une formule pour la vitesse de propagation du son dans un gaz.

Le roi Charles II accorda à Newton, en 1675, les dispenses nécessaires pour qu'il pût conserver sa place de professeur au collège de la Trinité, sans entrer dans les ordres. Peu après, Jacques II ayant voulu imposer à l'université de Cambridge la réception d'un moine bénédictin au grade de maître-ès-arts, Newton fut chargé par ses collègues de défendre les privilèges universitaires devant la haute cour de justice. Le roi céda. Ce succès fut plus tard pour Newton le point de départ d'une carrière politique où, soit timidité, soit inaptitude aux affaires, il ne jeta aucun éclat. Ses collègues le chargèrent, de 1688 à 1705, de les représenter au Parlement. Il montra beaucoup d'assiduité à

suivre les débats, mais ne parla, dit-on, qu'une seule fois, pour prier l'huissier de fermer une fenêtre.

C'est probablement vers l'année 1683 que Newton composa ses *Principes mathématiques de philosophie naturelle*, où il dévoile pour la première fois la doctrine de l'attraction universelle. Il était sans doute depuis longtemps en possession de ces principes; car c'est à l'époque de sa retraite momentanée, en 1666, que l'on rapporte l'anecdote de cette chute d'une pomme qui aurait attiré son attention sur les lois de la pesanteur. Toutefois, en 1666, il ne pouvait savoir de Mécanique que ce qu'avait découvert Galilée, et ce n'est qu'après avoir étudié le traité d'Huyghens *de horologio oscillatorio* qu'il conçut l'idée d'appliquer le calcul au mouvement de la Lune, pour comparer la force qui en retient l'unité de masse dans son orbite au poids de cette même unité de masse à la surface de la Terre, et déduire de cette comparaison la loi de la variation de la pesanteur avec la distance.

La valeur attribuée au rapport du rayon terrestre à la distance de la Terre à la Lune n'étant pas exacte, Newton trouva que le poids de l'unité de masse, à la distance de la Lune, calculé d'après la loi de la variation en raison inverse du quarré de la distance, surpassait d'un sixième la force qui, d'après la loi connue du mouvement de circulation de notre satellite, devait être réellement appliquée à cette unité de masse, pour la maintenir dans son orbite. D'après cela, Newton crut d'abord la loi fausse et abandonna son travail; mais, en 1682, les résultats obtenus en France par Picard ayant été communiqués à la Société royale, Newton revint à son idée première. Cette fois, l'accord fut parfait. La joie de ce beau triomphe, si longtemps et si patiemment

attendu, mit, dit-on, l'immortel auteur des *Principes* dans un état tel d'excitation nerveuse, qu'il ne put pas vérifier lui-même son calcul et fut obligé d'en confier le soin à un ami.

Le manuscrit des *Principes mathématiques de Philosophie naturelle* fut présenté à la Société royale le 28 avril 1686. Ce manuscrit, tout entier de la main de l'auteur, est le plus précieux trésor de la Société, qui possède, en outre, le cadran solaire fait par Newton enfant, et son télescope réflecteur. La publication eut lieu en mai 1687. Halley la fit à ses frais; c'est lui, du reste, qui avait obtenu de Newton une copie de son immortel ouvrage, pour la Société royale. Les fonds nécessaires à l'impression, avaient été votés par cette Société, mais il fallait attendre qu'ils fussent prêts, et l'enthousiasme de Halley ne pouvait supporter aucun retard.

Nous résumerons en quelques mots les lois de la gravitation universelle : 1° Toutes les particules de matière répandues dans l'univers s'attirent mutuellement en raison directe de leur masse et en raison inverse du quarré de leur distance; 2° cette force est indépendante du temps; elle agit à travers toutes les substances, quels que soient leur nature et leur état de repos ou de mouvement; 3° quand deux corps sphériques s'attirent, l'attraction s'exerce précisément comme si la masse entière était réunie au centre de chaque sphère, et, par conséquent, comme si chacun d'eux n'était formé que d'une seule particule; 4° deux corps sphériques, obéissant à l'action de l'attraction, se meuvent de façon que chacun d'eux décrit autour de leur centre commun de gravité des courbes appartenant aux sections coniques.

L'observation a prouvé que ces lois gouvernent notre système solaire, et les découvertes récentes sur les étoiles doubles ont

montré qu'elles règlent également la marche des astres les plus éloignés, de sorte qu'on peut dire que l'attraction universelle est la plus haute, la plus vaste généralisation à laquelle la Science soit parvenue.

Le livre des *Principes* est le principal titre de gloire de Newton. L'auteur y rend compte, à l'aide de sa théorie, de la plupart des phénomènes astronomiques ; il rattache les inégalités du mouvement de la Lune à l'action perturbatrice du Soleil; il montre que les marées naissent de l'inégalité de l'attraction que le Soleil et la Lune exercent sur la Terre et l'Océan qui l'entoure ; enfin il établit que la précession des équinoxes n'est qu'une conséquence nécessaire des actions exercées par le Soleil et la Lune sur le ménisque terrestre que retrancherait la sphère décrite sur la ligne de ses pôles comme diamètre.

La marche que suit Newton dans cet immortel Ouvrage est aussi simple que possible : après avoir rappelé les théorèmes de Mécanique déjà connus, auxquels cependant il ajoute sans démonstration le principe de la conservation du mouvement du centre de gravité, Newton démontre d'abord très simplement le théorème des aires, quelle que soit la loi de variation de la force centrale, et prouve réciproquement que la force est dirigée vers le centre des aires, dans tout mouvement quelconque où le théorème s'applique; il calcule ensuite la force accélératrice dans le cas d'un mouvement elliptique où la loi des aires s'observe par rapport au foyer, et trouve que cette force varie en raison inverse du quarré du rayon vecteur; enfin, retournant le problème, il suppose un mobile attiré vers un centre fixe, en raison inverse du quarré de la distance, et il trouve que la trajectoire sera une conique.

Cette théorie si simple est admirable de tous points; mais il

est juste, en rendant à Newton les honneurs qu'il mérite, de nommer Huyghens, dont la théorie de la force centripète dans le mouvement circulaire uniforme avait en partie aplani les difficultés.

Le second livre des *Principes* traite du mouvement dans un milieu résistant. Il présente moins d'intérêt. Mais le troisième, où Newton applique au système du monde les principes posés dans le premier, ne saurait être loué autant qu'il le mérite ; et l'on comprend l'enthousiasme dont Voltaire témoigne dans ces vers :

Confidents du Très-Haut, substances éternelles,
Qui brûlez de ses feux, qui couvrez de vos ailes
Le trône où votre maître est assis parmi vous,
Parlez ! du grand Newton n'étiez-vous point jaloux ?

Dans ce troisième livre, Newton aborde la détermination des masses du Soleil, des planètes et de leurs satellites : la méthode consiste essentiellement à traiter les corps secondaires comme des molécules en comparaison avec les corps principaux.

Ainsi, pour obtenir le rapport des masses du Soleil et de la Terre, Newton détermine l'accélération de Mercure, au moyen du rayon de son orbite et de la durée de sa révolution ; il en conclut, par la loi de variation de l'attraction avec la distance, l'accélération que le Soleil imprimerait à un corps placé à sa surface; d'un autre côté, on connaît l'accélération imprimée par la Terre à un corps placé à sa surface, on en déduit celle qu'elle imprimerait à un corps placé à une distance de son centre égale au rayon du Soleil : or, le rapport des deux accélérations communiquées par le Soleil et la Terre à un même corps, à des distances égales de leurs centres, est précisément celui de leurs masses.

Passant de là à une planète ayant un satellite, Newton calcule de même l'accélération communiquée par la planète à son satellite; il en conclut l'accélération que la planète communiquerait à un corps placé à une distance de son centre égale au rayon du Soleil; il connaît d'ailleurs l'accélération que le Soleil communiquerait à un corps placé à sa surface : le rapport de ces deux accélérations donne encore le rapport des masses de la planète et du Soleil.

On voit que la recherche des masses des satellites échappe à cette méthode; mais, pour la Lune, Newton parvient à résoudre la question au moyen de l'observation des marées. Il remarque que dans les syzygies les actions du Soleil et de la Lune sur les eaux de la mer s'ajoutent, tandis qu'elles se retranchent dans les quadratures, de sorte qu'en comparant la somme des produits, dans le premier cas, à leur différence, dans le second, il peut en conclure le rapport des attractions exercées séparément par les deux astres, et, en tenant ensuite compte des distances qui les séparent du point attiré, il parvient au rapport de leurs masses.

Newton trouva que les masses du Soleil, de Jupiter, de Saturne et de la Terre sont comme

$$1, \frac{1}{1033}, \frac{1}{2401}, \frac{1}{227512};$$

on a trouvé depuis les nombres

$$1, \frac{1}{1050}, \frac{1}{3500}, \frac{1}{354936}.$$

Newton avait trouvé, pour le rapport des masses de la Lune et de la Terre, $\frac{1}{40}$, on a trouvé depuis $\frac{1}{88}$.

Lagrange, anéanti devant un pareil prodige de l'esprit humain, disait tristement qu'il n'y avait plus de système du monde à découvrir; il sentait qu'il était né trop tard.

Il est regrettable que Newton ait cru devoir ajouter à son ouvrage une diatribe juste, mais inutile, contre les tourbillons de Descartes.

Le livre des *Principes* a donné lieu à des jugements contraires sur la marche qu'avait dû suivre l'auteur pour parvenir à ses découvertes. « On ne voit guère, dit Clairaut, pour retrouver le chemin suivi par Newton (dans sa théorie des inégalités de la lune), que quelques corollaires de la proposition LXVI du Livre Ier. Mais comment a-t-il employé les altérations de la force centrale et quels principes a-t-il suivis pour éviter ou vaincre la complication extrême et les difficultés de calcul que présente cette recherche? C'est ce qu'on n'a pu encore découvrir d'une manière satisfaisante. » Puis il reprend : « Il paraît d'autant plus blâmable d'avoir caché sa méthode, qu'il s'exposait à faire croire que ses théorèmes étaient, comme ceux des astronomes qui l'avaient précédé, le résultat de l'examen des observations, au lieu d'être une conséquence qu'il eût tirée de son principe général. »

« C'est certainement, dit Arago, aux méthodes de calcul qu'il avait inventées que Newton dut d'avoir pu créer la théorie de la gravitation universelle. »

Montucla ne doute aucunement que Newton ne fût en possession du calcul des fluxions avant d'avoir mis la première main à son livre des *Principes*, et il en donne pour raison le peu de chemin qu'il restait à faire après les travaux de Barrow et de Wallis. La preuve serait bonne si l'analyse infinitésimale se bornait au calcul des fluxions ou des différentielles des fonctions

explicites ou implicites; mais ce calcul n'en constitue que les premiers éléments.

Bossut dit à son tour : « La clef des plus difficiles problèmes qui sont résolus dans le livre des *Principes* est la méthode des fluxions ou l'analyse infinitésimale, mais présentée sous une forme moins simple. On y trouva de l'obscurité, des démonstrations puisées dans des sources trop détournées, un usage trop affecté de la méthode synthétique des anciens... L'extrême concision de quelques endroits fit penser ou que Newton, doué d'une sagacité extraordinaire, avait un peu trop présumé de celle de ses lecteurs, ou que, par une faiblesse dont les plus grands hommes ne sont pas toujours exempts, il avait cherché à surprendre une admiration que le vulgaire accorde facilement aux choses qui passent son intelligence. Quoi qu'il en soit, on vit, à n'en pouvoir douter, que des théorèmes et des problèmes enveloppés dans une synthèse compliquée avaient été trouvés originairement par l'analyse. Mais en même temps on rendit à Newton la justice de reconnaître qu'à l'époque de la publication de son livre, il possédait la méthode des fluxions dans un haut degré. » Il est vrai que Bossut termine sa phrase en ajoutant, pour renverser ce qu'il vient de dire : « Du moins quant à la partie qui concerne les quadratures des courbes. »

M. Chasles dit dans son *Histoire de la Géométrie :* « On n'a pas assez approfondi la nature et l'esprit des belles méthodes qui ont conduit Newton et Maclaurin à leurs grandes découvertes. On a préféré, après avoir traduit ces méthodes en analyse, faire honneur à celle-ci des grands travaux de Newton, que ce philosophe aurait revêtus ensuite de la forme géométrique. Supposition gratuite... Il suffit de rappeler que, pour attribuer à la

méthode analytique les découvertes de Newton, on est obligé de convenir que ce géomètre aurait fait usage du calcul des variations, dont l'invention est due à l'illustre Lagrange. Est-il possible d'admettre que le grand Newton aurait méconnu assez le caractère et l'immense importance d'une telle découverte pour la passer sous silence? Autant valait qu'il ne produisît pas même son calcul des fluxions. Au reste, en attribuant à l'analyse les découvertes de Newton, on devrait, pour être conséquent, en dire autant des travaux de Maclaurin et de Stewart. »

A propos de la question que soulève Clairaut, si Newton, dans sa théorie de la Lune, n'a pas présenté comme déductions logiques des résultats qu'il n'avait puisés que dans les observations, Delambre dit: « Voilà ce que plus d'une fois nous avons été tenté de croire, en lisant Newton, et ce que nous ne nous serions pas permis d'articuler, sans un garant tel que Clairaut. »

Nous examinerons plus loin les questions soulevées par les auteurs que nous venons de citer, mais nous pouvons résumer ici à l'avance les conclusions auxquelles nous avons été amené par l'étude attentive que nous avons faite des œuvres de Newton.

Nous croyons qu'il serait impossible de préciser l'époque à laquelle Newton conçut nettement l'idée de sa méthode des fluxions, mais il est certain qu'il en était en possession, sous une forme plus ou moins parfaite, dès 1676, puisqu'il la dénonce à cette époque, sous des anagrammes, dans deux lettres écrites pour Leibniz et qui lui furent transmises par Oldenbourg, alors secrétaire de la Société royale de Londres. Ces deux lettres contiennent en effet les nombres des différentes lettres de l'alphabet contenues dans les deux phrases suivantes relatives aux deux grandes subdivisions du calcul infinitésimal :

« *Data æquatione quotcunque fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire, et vice versa.* »

C'est-à-dire : étant donnée une équation où se trouvent mélées diverses variables (fluentes), trouver les fluxions de ces variables.

Et : « *Una methodus consistit in extractione fluentis quantitatis ex æquatione simul involvente fluxionem ejus : altera tantum in assumptione seriei pro quantitate qualibet incognita ex quâ cætera commode derivari possunt, et in collatione terminorum homologorum æquationis resultantis, ad eruendos terminos assumptæ seriei.* »

C'est-à-dire : l'une des méthodes consiste à extraire une fluente de l'équation qui la contient avec sa fluxion : l'autre à exprimer l'inconnue par une série d'où l'on puisse tirer aisément tout le reste, et dans un arrangement des termes de l'équation qui facilite le calcul des termes de cette série.

Je crois que Newton exagérait un peu en se disant en mesure à cette époque d'intégrer des équations contenant la variable, la fonction et la fluxion de cette fonction; ou, au moins, que ses procédés d'intégration n'étaient fondés que sur des développements en séries, nécessairement irrégulières, c'est-à-dire dont les termes ne pouvaient se déduire les uns des autres d'après une loi déterminée. Mais il faut avouer que, dans ces mêmes lettres, Newton prolonge les théories anciennes des quadratures jusqu'à la découverte du premier cas d'intégrabilité $\left(\frac{m+1}{n} = \text{entier}\right)$ de la différentielle binôme

$$ax^m(b+cx^n)^p$$

où m, n et p sont quelconques; et qu'il donne des développements en séries de $\sin x$ et $\arcsin x$, $\operatorname{tang} x$ et $\operatorname{arc\,tang} x$.

Ainsi il est certain que Newton, dès 1676, possédait, en une certaine mesure, la méthode des fluxions, ou des dérivées, et la solution, probablement par développements en séries, du problème inverse des tangentes.

Toutefois le livre des *Principes de la Philosophie naturelle* publié en 1687, c'est-à-dire trois ans après la *Nova methodus* de Leibniz ne contient qu'une exposition extrêmement succincte, et d'ailleurs très mauvaise, de la méthode des fluxions, de sorte qu'il y a lieu de croire que Newton a amélioré cette théorie dans ceux de ses ouvrages qui ont été publiés postérieurement.

D'ailleurs Newton ne fait pas une seule fois usage de cette méthode, dans les *Principes de la Philosophie naturelle*, quoiqu'il la possédât comme nous venons de le montrer, lorsqu'il écrivait ce grand ouvrage, mais il y a lieu de distinguer au sujet de son abstention à cet égard.

Dans la Première Partie du Premier Livre, où il ne s'agit que des principes généraux de la Dynamique du point matériel, du théorème des aires et de ses applications, Newton n'est certainement arrivé à ses conclusions que par des considérations de Géométrie infinitésimale; et les démonstrations qu'il donne doivent être exactement celles qui se sont d'abord présentées à lui.

Dans la Seconde Partie de ce même Livre, et dans le Second Livre, au contraire, notamment dans la solution du problème du mouvement rectiligne d'un point matériel partant du repos et attiré vers un centre fixe par une force qui varie en raison inverse du quarré de la distance, Newton, voulant sans doute encore tenir cachées ses méthodes de quadrature, a commis l'insigne maladresse, vis-à-vis de lui-même, et la faute énorme, à

l'égard du public, de substituer à des calculs extrêmement simples des opérations géométriques très embrouillées, mais, par cela même, capables, au plus haut point, d'exciter une admiration passionnée pour des combinaisons si extraordinairement ingénieuses, si elles avaient constitué la méthode d'invention.

Quant aux questions que soulève le doute exprimé par Clairaut et reproduit par Delambre, de savoir comment Newton aurait pu calculer les différentes inégalités de la Lune, nous croyons qu'il n'a même pas tenté les intégrations qui eussent été nécessaires pour cela, et que personne n'a pu aborder depuis lui. Mais nous n'en conclurions pas qu'il ait simplement emprunté aux éphémérides les résultats qu'il donne comme les ayant obtenus par le calcul. Newton n'a certainement pas fait algébriquement les intégrations dont il s'agit : mais il les aura faites arithmétiquement, c'est-à-dire qu'il a eu recours à des quadratures approchées, en substituant à des courbes continues des polygones de côtés assez petits pour que les erreurs ne fussent pas trop grandes. Nous croyons que ce sont là les calculs que Newton dit avoir faits; il a laissé, au reste, d'assez nombreux exemples de recherches numériques aussi opiniâtrement conduites. Il dit lui-même, dans sa seconde lettre à Leibniz, à propos de la construction des tables de logarithmes : « J'ai honte de dire les longs calculs que j'ai achevés dans ces recherches, car, étant de loisir, je m'y délectais certainement trop. » Ce sentiment, que Newton exprime par les mots « *me pudet* », est assez naturel chez un géomètre nourri à l'école de l'Antiquité; cependant Archimède, aussi bon physicien qu'excellent géomètre, n'avait pas eu honte de calculer le rapport de la circonférence au diamètre, et Newton avait comme lui, au plus haut point, les deux

éminentes facultés qui font des hommes vraiment grands. Quoi qu'il en soit, il aura encore eu honte; quant à son affirmation : « J'ai trouvé par le calcul », on pourrait il est vrai lui reprocher d'avoir omis l'un ou l'autre des qualificatifs algébrique et arithmétique, mais non pas l'un plutôt que l'autre.

La publication du livre des *Principes* apporta aussitôt à Newton honneurs et richesses. Nous avons déjà dit qu'il fut élu, en 1688, pour représenter l'université au Parlement. Un de ses anciens élèves, Charles Montague, depuis lord Halifax, le fit nommer, en 1695, inspecteur de la Monnaie; il en devint directeur en 1699 et eut alors 30 000 francs de revenus. La même année, l'Académie des Sciences de Paris le nomma associé correspondant. En 1703, la Société royale le choisit pour son président; elle le réélut ensuite tous les ans jusqu'à sa mort.

L'*Optique* (*Treatise on the Reflections, Refractions, Inflections, and Colours of light*) parut en 1704, accompagnée de deux opuscules en latin, dont nous devons dire quelques mots. C'étaient : *Tractatus de quadratura curvarum* et *Enumeratio linearum tertii ordinis;* Newton les avait probablement composés depuis longtemps.

Dans son énumération des lignes du troisième ordre, Newton n'a aucune occasion d'appliquer l'analyse transcendante; il n'emploie d'autre méthode que celle de l'ancienne Géométrie, ni d'autre analyse que celle de Descartes. L'ouvrage n'en est pas moins admirable. On y trouve d'abord ces trois théorèmes généraux : 1° Le lieu des centres des moyennes distances des points de rencontre d'une courbe de degré quelconque avec une droite parallèle à une direction fixe est une ligne droite; 2° le centre des moyennes distances des points de rencontre d'une courbe

algébrique avec une droite quelconque coïncide toujours avec le centre des moyennes distances des points de rencontre du système des asymptotes de la courbe avec la même droite. Newton, bien entendu, suppose que la courbe a autant d'asymptotes réelles qu'en comporte son degré. Ces théorèmes généraux sont énoncés sans démonstrations. Le premier appartient à Côtes.

Newton trouva dans l'équation du troisième degré soixante-douze espèces différentes de courbes. Cette classification n'offrirait qu'un intérêt bien inférieur à celui de ses autres travaux; mais il la résume dans cette prodigieuse assertion, donnée aussi sans preuves, mais vérifiée par Clairaut, Nicole, Murdoche et le père Jacquier : « Ainsi que le cercle, étant présenté à un point lumineux, donne par son ombre toutes les courbes du second degré, de même les cinq paraboles divergentes donnent par leur ombre toutes les autres courbes du troisième degré. » L'ouvrage se termine par la description organique des coniques, qui fut reprise par Maclaurin et Braikenridge.

Le *Traité de la quadrature des courbes* appartient à la nouvelle analyse par les applications qu'y donne Newton de sa formule du binôme, dans le cas d'un exposant quelconque, par l'intégration des différentielles rationnelles, préparée par Côtes et Moivre. et par la quadrature exacte ou approchée de la courbe dont l'équation serait

$$y = ax^m (b + cx^n)^p,$$

m, n et p désignent des nombres quelconques, entiers ou fractionnaires, positifs ou négatifs. Newton, comme nous l'avons déjà dit, avait, en 1676, adressé à Leibniz la solution de cette question, mais sans démonstration ni même explication quelconque.

Nous allons maintenant dire un mot de la revendication soulevée contre Leibniz par Newton et ses amis.

Ce qu'a de particulier ce procès où le ridicule le dispute à l'odieux, c'est que l'objet en litige n'existe même pas, les inventions de Leibniz et de Newton étant entièrement différentes.

Leibniz, plus philosophe que géomètre et surtout plus enclin à se laisser conduire par son imagination, avait entrevu une méthode générale pour pénétrer dans les plus petits détails du mode d'accomplissement des phénomènes et pour remonter des détails à l'ensemble.

Newton moins prédisposé à se préoccuper des méthodes, au défaut desquelles il se sentait peut-être en état de suppléer, ne s'était occupé que de créer, sous le nom de fluxions, les instruments nécessaires aux fouilles rêvées par Leibniz, instruments, du reste, que Leibniz avait été, de son côté, amené à imaginer.

Ce que la conception de Leibniz avait surtout de remarquable était donc resté complètement en dehors des préoccupations de Newton.

Tandis que Leibniz apercevait, sans doute très clairement, qu'une équation différentielle de l'ordre n est une relation entre $(n+1)$ états consécutifs d'un phénomène, infiniment voisins les uns des autres, et équidistants entre eux par rapport à la variable indépendante, ce qui présente, au point de vue concret, une image très nette, il restait à Newton, après avoir conçu les fluxions simultanées de diverses variables, à trouver, dans chaque cas, pour la résolution des problèmes concrets, l'emploi de ces instruments analytiques.

Lagrange, lorsqu'il s'est proposé de substituer la considération des dérivées à celle des différentielles, avait certainement aperçu

le défaut de la conception de Newton et il y avait remédié tout d'abord en prenant pour point de départ de toute sa théorie la possibilité de réduire toutes les fonctions à un même type, fourni par leurs développements en séries, suivant la formule de Taylor.

Bonne ou mauvaise, ce qui importe peu, puisqu'elle n'était même pas nécessaire, sa démonstration algébrique de l'identité d'un segment plus ou moins étendu d'une fonction quelconque avec la fonction type

$$y = y_0 + y'_0 \frac{x - x_0}{1} + y''_0 \frac{(x - x_0)^2}{1 . 2} + \ldots$$

avait l'immense avantage de mettre immédiatement en évidence le mode d'emploi des dérivées et particulièrement le nombre de celles qui devraient intervenir dans la solution de chaque question proposée. L'idée fondamentale de Leibniz se retrouvait même sous une forme à peu près équivalente dans cette nouvelle conception, car si deux fonctions avaient même valeur pour une même valeur de la variable, et que leurs n premières dérivées, pour cette valeur de la variable, fussent aussi les mêmes, elles ne se distingueraient plus l'une de l'autre que par les termes qui suivraient le $(n + 1)^{\text{ième}}$, dans leurs développements,

$$A_0 + A_1 (x - x_0) + A_2 (x - x_0)^2 + \ldots + A_n (x - x_0)^n + \ldots .$$

Mais Newton ne possédait aucune méthode analogue pour relier l'abstrait au concret. En sorte que ce qu'il accusait Leibniz de lui avoir dérobé ne lui avait en réalité jamais appartenu.

Mais comment Leibniz aurait-il pu détourner quelque partie du bien propre de Newton?

Nous avons dit ce que Newton lui avait *généreusement* communiqué : une méthode pour le développement en séries des fonctions explicites par divisions ou par extractions de racines; une méthode pour développer en séries les racines d'une équation entre deux variables; et en plus, relativement à la méthode des fluxions, des énoncés tels que :

$$6a, 2c, d, æ, 13e, 2f, 7i, 3l, 9u, 4o, \ldots .$$

Newton n'avait confié sa méthode des fluxions qu'à ses plus intimes amis Wallis, Collins, Côtes, qui avaient défense d'en jaser en public.

Où est la possibilité du plagiat? et Newton s'étant privé lui-même du mérite de sa découverte partielle, avait-il autre chose à faire que de laisser son digne émule jouir en paix de la gloire qu'il s'était acquise?

Leibniz avait publié en 1684, dans le numéro d'octobre des *Acta eruditorum*, sa *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quæ nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus;* de 1684 à 1696, ses défis aux cartésiens, ses luttes courtoises avec les frères Bernoulli et le marquis de Lhôpital avaient rempli les journaux de France et d'Allemagne, et Newton n'avait pas paru dans la lice. On ne l'y voit qu'à partir de 1696; alors il résout successivement le problème du *Solide de la moindre résistance*, celui de la *Brachystochrone*, et plusieurs autres.

Ces faits et ces dates indiquent bien que Newton, en possession depuis longtemps des éléments de la méthode des fluxions bornée aux deux questions spéciales des tangentes et des quadratures,

chercha silencieusement, à partir de 1684, à se faire une méthode aussi complète que paraissait l'être celle de Leibniz et des Bernoulli. Il y parvint sans doute sans secours étranger; mais tout porte à croire qu'il ne fut excité que par les découvertes des géomètres du continent.

Or si l'on admet cette hypothèse, qui malheureusement n'est que trop probable, la conduite que tint Newton vis-à-vis de Leibniz laisserait sur sa vie une tache bien regrettable. Nous allons raconter les faits.

La première édition des *Principes* contenait en note la mention suivante, qui a été retranchée des éditions postérieures : « Il y a dix ans qu'étant en commerce de lettres avec M. Leibniz, et lui ayant donné avis que j'étais en possession d'une méthode pour déterminer les tangentes et pour les questions de *maximis* et *minimis*, méthode que n'embarrassaient point les irrationalités, et l'ayant cachée sous des lettres transposées, il me répondit qu'il avait rencontré une méthode semblable et il me communiqua cette méthode qui ne différait de la mienne que dans les termes et dans les signes, comme aussi dans l'idée de la génération des grandeurs. » Cette note rétablit les droits de Leibniz, qui avait communiqué sa méthode, et ne prouve aucunement que Newton fût allé dans la sienne au delà de la recherche des fluxions des fonctions implicites et des fluentes des fonctions explicites. Elle montre de plus la différence des caractères des deux hommes.

Cependant Fatio de Duiller, en 1699, publia à Londres, sur la brachystochrone, un opuscule dans lequel il présentait Newton comme le premier inventeur des nouveaux calculs, ajoutant qu'il ignorait ce que Leibniz, second inventeur, avait emprunté des géomètres anglais. Leibniz se contenta de répondre qu'il ne pen-

sait pas que Newton approuvât son trop zélé ami; que le livre des *Principes* contenait la preuve de ses droits, que l'*Algèbre* de Wallis, publiée en 1693, était le premier ouvrage des Anglais où le calcul des fluxions fût nettement exposé, et qu'au surplus il s'en rapportait à la bonne foi de Newton. Mais Newton garda le silence.

En 1708, Keil, autre ami de Newton, reproduisit l'assertion de Fatio. Leibniz répondit comme il avait déjà fait qu'il s'en rapportait à la bonne foi de Newton lui-même; Newton ne parut pas encore s'apercevoir qu'on s'adressât à lui. En 1711, Keil, revenant à la charge, ne se borna plus à présenter Newton comme le premier inventeur, il dénonça Leibniz comme plagiaire. Newton ne parla pas encore. Leibniz, indigné, porta plainte contre Keil à la Société royale, présidée alors par Newton. C'était mettre celui-ci en demeure de se prononcer; mais Newton n'ouvrit pas encore la bouche; il fit gravement nommer une commission chargée d'examiner la question et d'en faire un rapport à la Société. Cependant, il publia ou fit publier des extraits de l'*Analysis per æquationes numero terminorum infinitas* et sa *Methodus differentialis* qui ne traite que de l'interpolation. Pendant ce temps, le procès s'instruisait, dans le silence des parties, Leibniz attendant patiemment justice, Newton surveillant la commission qu'il avait fait nommer, rassemblant les pièces du procès, revoyant les épreuves et ajoutant de sa main les notes explicatives.

Le jugement de la commission fut publié en 1712, sous le titre: *Commercium epistolicum de analysi promota*. Il y était dit que Keil n'avait pas calomnié Leibniz. L'ouvrage fut tiré à un grand nombre d'exemplaires et répandu dans toute l'Europe.

Le *Commercium* contenait des pièces publiées depuis long-

temps par Leibniz et des découvertes jusque-là inédites de Newton, que l'on faisait remonter à 1669. Tels sont les faits.

Newton ayant eu la maladresse de cacher jusque là ses découvertes, avait certainement le droit de fournir la preuve qu'il les avait faites sans le secours de personne, mais accuser Leibniz d'un plagiat, du reste impossible, était honteux.

Le vrai titre de Newton se trouve dans ses *Principes*, et la méthode des fluxions, mal conçue dès l'origine, péniblement étendue dans la suite, ne pouvait pas même accroître ses droits à l'admiration universelle, tandis qu'un simple mot dit à temps, si ses amis avaient été plus Newtoniens que lui-même, pouvait grandir son caractère à la hauteur de son génie. Au lieu de s'acquérir cette nouvelle gloire, Newton s'est exposé à ce qu'on allât fouiller dans sa vie, pour y trouver au moins l'explication de l'injustice faite à Leibniz.

Or, voici ce qu'on a trouvé. Newton, ayant besoin, paraît-il, des observations recueillies par Flamsteed, se fit donner par le prince George l'autorisation de les enlever au vieux savant, et les fit publier sans sa participation. Flamsteed fut très blessé du procédé; il s'en plaint dans ses *Mémoires*, et il ajoute : « Newton m'a toujours paru insidieux, ambitieux, excessivement avide de louanges et supportant impatiemment la contradiction. » L'accusation est cruelle; malheureusement, le témoignage de Flamsteed n'est pas isolé, car le successeur de Newton à Cambridge, son ancien ami, l'éditeur de son *Arithmétique universelle*, G. Whiston, dit expressément : « Newton était du caractère le plus craintif, le plus cauteleux et le plus soupçonneux que j'aie jamais connu, et s'il eût été vivant quand j'écrivis contre sa *Chronologie*, je n'eusse pas osé publier ma réfutation; car,

d'après la connaissance que j'avais de ses habitudes, j'aurais dû craindre qu'il ne me tuât ! » La justice nous oblige à déclarer que Newton n'a jamais été accusé d'avoir tué personne.

Au milieu de ses travaux scientifiques, Newton s'était occupé de commenter l'*Apocalypse*. Nous n'avons rien à dire de ce commentaire, qui a été suffisamment ridiculisé ; mais nous saisirons l'occasion qu'il nous offre de dire, à la louange de Newton, qu'il alliait une grande tolérance religieuse à sa profonde piété. Lorsque Halley se laissait aller devant lui à des plaisanteries sur la religion, Newton se bornait à lui répondre : « J'ai étudié ces choses-là et vous ne l'avez point fait. » Et ils restaient bons amis. On a dit que Newton aurait eu un instant l'idée de rejoindre les camisards pour aller combattre les dragons de Villars ; le fait paraît peu d'accord avec son caractère si craintif.

Newton mourut de la pierre, le 20 mars 1727. Son corps fut inhumé à Westminster. Le deuil était conduit par le grand chancelier et les lords de Roburg, de Montrose, de Pembroke, de Sussex et de Macclesfield qui faisaient tous partie de la Société royale de Londres. Un magnifique mausolée a été élevé à Newton en 1731, par sa famille ; l'épitaphe porte :

Hic situs est
Isaacus Newton, eques auratus,
Qui animi vi prope divina,
Planetarum motus, figuras,
Cometarum semitas, oceanique æstus,
Sua mathesi faciem præferente,
Primus demonstravit.
Radiorum lucis dissimilitudines
Colorumque inde nascentium proprietates,
Quas nemo antea vel suspicatus erat, pervestigavit.

Naturæ, antiquitatis, S. Scripturæ,
Sedulus, sagax, fidus interpres,
Dei opt. max. majestatem philosophia asseruit.
Evangelii simplicitatem moribus expressit.
Sibi gratulentur mortales, tale tantumque extitisse
Humani generis decus,
Natus XXV decemb. MDCXLII, obiit XX mar.
MDCCXXVII.

« Comme géomètre et comme expérimentateur, dit M. Biot, Newton est sans égal; par la réunion de ces deux genres de génies à leur plus haut degré, il est sans exemple. » — « De quelque côté que nous tournions nos regards, dit J.-W. Herschel, nous sommes forcés de nous incliner devant le génie de Newton. Nous ne pouvons lui refuser une vénération que personne, dans les Sciences, n'obtint jamais. Son époque est celle où la raison atteignit, sous ce rapport, une entière maturité. Tout ce qui avait été fait jusque-là peut être comparé aux tentatives imparfaites de l'enfance ou aux essais d'une adolescence pleine de sève, mais encore inhabile. Quant aux travaux qui ont suivi, quelque grands, quelque prodigieux qu'ils soient, ils ne sauraient être mis en balance avec ceux qui sont consignés dans les *Principes*. Et cependant, Newton estimant peu de chose ce qui était connu en raison de ce qui restait à connaître, disait de lui-même qu'il n'était qu'un enfant occupé à ramasser des cailloux sur le rivage, tandis que l'immense océan de la vérité s'étendait inexploré devant lui. »

Nous avons dit ce que contiennent les ouvrages de Newton, nous allons maintenant donner une analyse un peu plus détaillée des principaux, pour faire connaître les idées et les méthodes de l'auteur.

Arithmétique universelle.

(Publiée pour la première fois en 1707.)

Voici la préface de ce livre :

« Les recherches se font sur les nombres comme dans l'Arithmétique ordinaire, ou sur des lettres (*species*), comme c'est l'usage des analystes; les deux méthodes ont les mêmes bases et tendent au même but, mais, la première, d'une manière définie et particulière; la seconde, au contraire, d'une manière indéfinie et générale; si bien que presque tous les résultats auxquels elle conduit et principalement les conclusions, peuvent recevoir le nom de théorèmes.

« Mais l'Algèbre excelle surtout en ce que, tandis que l'Arithmétique procède des données aux inconnues, au contraire, elle rétrograde le plus souvent des inconnues, considérées comme données, aux données considérées comme inconnues, afin de parvenir à la conclusion ou équation, d'où la quantité inconnue puisse être tirée. C'est par là que peuvent être résolus les problèmes dont on chercherait en vain à se tirer par l'Arithmétique seule.

« Toutefois, l'Arithmétique gouverne à ce point l'Algèbre dans ses opérations, qu'elles paraissent constituer ensemble la Science unique du calcul; c'est pourquoi je les exposerai conjointement. »

On voit que Newton n'innove pas encore dans la manière d'entendre l'Algèbre : elle n'a pour lui d'autre objet que la résolution des problèmes déterminés. Cela tient d'abord à ce que la Géométrie analytique, dont l'un des rôles, et non le moins important, est de faciliter, au moyen de représentations graphiques, l'étude des

lois, qui est le but principal de l'Algèbre, n'était encore considérée que dans le rôle, qui lui avait été assigné d'abord, de faciliter les recherches géométriques; en second lieu, à ce que la partie élémentaire de l'Analyse infinitésimale, qui appartient si bien à l'Algèbre qu'elle seule peut fournir le moyen d'étudier les variations et la marche d'une fonction, était encore considérée comme en dehors de l'Algèbre.

« Les quantités, dit Newton, sont affirmatives; c'est-à-dire plus grandes que rien, ou négatives, c'est-à-dire moindres que rien. C'est ainsi que, dans les choses humaines, les biens possédés sont affirmatifs, et les biens dus, négatifs; de même, dans le mouvement, la marche en avant est dite positive, la rétrogradation, négative; parce que la première augmente le chemin parcouru, tandis que la seconde le diminue. C'est ainsi encore que si une distance portée dans un sens est comptée comme affirmative, une distance portée dans le sens contraire sera comptée comme négative. »

On voit que Newton se contente encore d'affirmations sans autre base que des habitudes acquises. La question, en ce qui concerne la Géométrie, ne sera posée que par Carnot et par Poncelet.

Newton énonce de même, sans explications, les règles qu'il faut suivre lorsqu'on a à soumettre au calcul des quantités négatives. Cela tient à ce qu'il a conservé l'ancienne définition des racines des équations, malgré ses défauts; il dit, Chapitre XVI :

« *Radix vero numerus est, qui, si in æquatione pro literá vel specie radicem significante substituatur, efficiat omnes terminos evanescere.* »

C'est-à-dire : une racine est un nombre dont la substitution à la

place de la lettre qui représente l'inconnue, fait évanouir tous les termes.

Cette définition, suffisante tant qu'on ne recherchait que les valeurs positives de l'inconnue, se trouve déjà en défaut lorsqu'il s'agit de racines négatives, puisqu'il faudrait alors avoir, au préalable, imaginé *à priori*, mais sans motifs certains, les règles à suivre pour substituer les nombres négatifs; mais elle n'a plus aucune espèce de sens lorsqu'il s'agit de racines imaginaires, parce que ces racines n'apparaîtront qu'après que les équations qui les comportent auront été résolues.

Le seul moyen de fonder sur des bases sûres le calcul des quantités négatives et imaginaires consiste à suivre la marche inverse de celle qu'a conservée Newton : il faut d'abord présenter la résolution des équations (littérales, bien entendu) comme ayant pour objet la recherche des formules qui en donneraient les racines positives, si elles existaient dans le plus grand nombre possible ; ne s'occuper des quantités négatives et imaginaires (ou autres, s'il y en avait) qu'en tant que valeurs arithmétiques des formules des racines, lorsque ces formules cessent de représenter des quantités positives; tirer de l'origine même de ces valeurs singulières les règles selon lesquelles elles devront être substituées, dans les équations qui les ont fournies, pour les rendre identiques; et enfin, si l'on a pu saisir un moyen d'utiliser les racines négatives ou imaginaires, en les interprétant, ne les prévoir et ne les rechercher que sous la condition qu'elles satisfassent aux équations des problèmes, lorsqu'on les substitue conformément aux règles précédemment établies.

Mais c'est d'Alembert qui, le premier, posera la question dans ces termes raisonnables et qui la résoudra en partie. Poncelet

préludera plus tard à l'interprétation des quantités imaginaires en Géométrie.

Newton explique parfaitement bien comment le degré de l'équation d'un problème dépend du nombre de solutions que peut comporter ce problème : *in omni problemato necesse est æquationem, quâ respondetur, tot habere radices, quot sunt quæsitæ quantitatis casus diversi, ab iisdem datis pendentes et eadem argumentandi ratione determinandi.* C'est-à-dire : il arrive nécessairement que l'équation qui forme la réponse à un problème ait autant de racines (solutions), que l'inconnue présente de cas divers, pour le même système de valeurs des données, « mais il est juste aussi que les racines deviennent impossibles, afin que lorsque les problèmes deviennent impossibles, ils ne paraissent pas possibles. » *Æquationum vero radices sæpe impossibiles esse æquum est, ne casus problematum, qui sæpe impossibiles sunt, exhibeant possibiles.*

Ces idées étaient neuves, ou, du moins, elles n'avaient jamais été exprimées ; elles auraient pu conduire Newton à la véritable définition des racines, car elles la contiennent virtuellement.

Il explique comment deux racines, d'abord réelles et inégales, deviennent imaginaires en passant par l'égalité, et prend pour cela l'exemple des ordonnées des points de rencontre de deux courbes qui se coupent d'abord en deux points réels, puis deviennent tangentes et enfin ne se coupent plus aux environs des points qu'elles avaient en commun un peu auparavant : *Et hoc modo in omnibus æquationibus, augendo, vel minuendo terminos earum, ex inæqualibus radicibus, duæ primo æquales, deinde impossibiles, evadere solent.* C'est ainsi que dans toutes

les équations, en faisant varier leurs termes, il arrive que deux racines inégales, ensuite égales, disparaissent enfin comme impossibles. *Et inde fit quod radicum impossibilium numerus semper sit par*, et de là vient que le nombre des racines imaginaires est toujours pair.

Cette image était neuve et elle est fort belle.

« Cependant il arrive que les racines de certaines équations se trouvent être possibles, alors que les conditions de l'énoncé ne sauraient être remplies. Mais cela arrive par suite d'une limitation dans l'énoncé, dont l'équation n'est pas affectée. » *Sunt tamen radices æquationum aliquando possibiles, ubi schema impossibiles exhibet. Sed hoc fit, ob limitationem aliquam in schemate, quod ad æquationem nil spectat.* L'idée est fausse : lorsqu'une des inconnues d'un problème impossible est réelle, les autres inconnues, qui en sont inséparables, ou au moins quelques-unes d'entre elles, sont imaginaires. Newton prend pour exemple la question d'inscrire dans un cercle, à partir d'un point donné, une corde de longueur donnée, et il calcule l'abscisse de la seconde extrémité de cette corde, par rapport au diamètre du cercle qui passe par la première; cette abscisse est toujours réelle parce que c'est celle de l'un des points de rencontre du cercle donné avec un autre cercle, ou avec une hyperbole équilatère, symétriques comme le cercle proposé, par rapport au diamètre considéré; mais s'il calculait l'ordonnée de l'un des points de rencontre, il la trouverait imaginaire lorsque la corde donnée n'est pas comprise entre les deux segments dans lesquels le point donné divise le diamètre du cercle donné, sur lequel il se trouve. Il devait donc dire : Pour s'assurer qu'un problème est possible, il ne suffit pas de calculer l'une des inconnues qu'il comporte; il

faut chercher toutes celles qui sont nécessaires à la réalisation de la construction.

Newton énonce ensuite sans démonstration le théorème de Descartes, pour le cas où toutes les racines sont réelles. Mais il ajoute qu'on peut connaître le nombre des racines imaginaires par la règle suivante :

Constitue seriem fractionum, quarum denominatores sunt numeri in hac progressione, 1, 2, 3, 4, 5, *etc., pergendo ad numerum usque, qui est dimensionum æquationis : numeratores vero eadem series numerorum in ordine contrario; divide unamquamque fractionem posteriorem per priorem, fractiones prodeuntes colloca super terminis mediis æquationis; et sub quolibet mediorum terminorum, si quadratum ejus ductum in fractionem capiti imminentem sit majus quam rectangulum terminorum utrinque consistentium, colloca signum* +, *sin minus, signum* —; *sub primo vero et ultimo termino colloca signum* +, *et tot erunt radices impossibiles, quot sunt in subscriptorum signorumserie mutationes, de* + *in* — *et de* — *in* +.

C'est-à-dire : formez les fractions ayant pour dénominateurs les nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5, etc., jusqu'au degré de l'équation, et pour numérateurs les mêmes nombres pris dans l'ordre inverse; divisez chaque fraction par la précédente et placez les quotients au-dessus des termes moyens de l'équation; ensuite, si le produit du quarré d'un terme par la fraction écrite au-dessus de lui est supérieur au produit des termes qui le comprennent, mettez au-dessous de ce terme le signe +, et dans le cas contraire le signe —; inscrivez d'ailleurs le signe + au-dessous de chacun des termes extrêmes; l'équation aura autant de racines imaginaires que vous trouverez de changements de signes.

Newton ne produit aucune explication à l'appui de cette règle, qui était tombée en oubli parce, sans doute, qu'on l'avait crue absolument fausse.

Il ajoute : *Hinc etiam cognosci potest, utrum radices impossibiles inter affirmativas radices latent, an inter negativas, nam signa terminorum, signis subscriptis variantibus imminentium, indicant tot affirmativas esse impossibiles, quot sunt ipsorum variationes; et tot negativas, quot sunt ipsorum successiones, sine variatione.* C'est-à-dire, on peut aussi savoir par là si les racines imaginaires sont comprises entre les racines positives ou entre les racines négatives : (probablement si les racines devenues imaginaires proviennent de racines précédemment positives ou de racines d'abord négatives). Car les signes des termes de l'équation, comparés aux signes écrits en dessous (conformément à la règle énoncée) fournissent le nombre des racines positives devenues imaginaires, par le nombre de variations qu'ils présentent et le nombre des racines négatives devenues imaginaires, par le nombre de successions de signes pareils qui s'y trouvent.

Ou plus clairement; si les signes écrits, comme il a été dit, au-dessous des termes de l'équation, présentent $2k$ variations (le nombre en est toujours pair, puisque, d'après la règle, on place le signe + au-dessous du premier et au-dessous du dernier terme de l'équation), on en conclura qu'il y a $2k$ racines imaginaires. Si, de plus, on recourt ensuite aux termes de l'équation qui sont écrits immédiatement au-dessus des signes qui ont donné les $2k$ variations, et que l'on compte les variations qu'ils fournissent eux-mêmes, le nombre de ces dernières variations sera celui des racines positives devenues imaginaires; de même que le

nombre des permanences qu'ils présenteront sera celui des racines négatives devenues imaginaires.

Il est difficile de s'expliquer comment Newton a pu insérer dans son Algèbre une pareille règle, énoncée d'une façon si affirmative.

D'après Samuel Horsley, l'éditeur des œuvres de Newton, cette règle serait du très illustre Campbel, qui l'aurait présentée à la Société royale, et elle se trouverait confirmée par la démonstration de Newton. Mais Newton ne la démontre pas! il y croit certainement, sans quoi il ne l'aurait pas reproduite, mais il s'arrange de façon que, si elle était fausse, on ne puisse pas la lui reprocher, il en fait en effet précéder l'énoncé, pourtant si affirmatif, par cette singulière introduction :

« *Verum quot radices impossibiles sunt cognosci ferè pòtest per hanc regulam,* » c'est-à-dire : on peut *presque* connaître le nombre des racines imaginaires par la règle suivante.

Ferè est un chef-d'œuvre. Malheureusement il réduit le théorème à rien, en ce sens qu'après *Ferè,* on ne sait plus ce qu'a voulu dire Newton; on peut bien en conclure en effet qu'il ne croit pas absolument que la règle donne le nombre exact des racines imaginaires, mais *Ferè* ne dit pas si elle fournit de ce nombre une limite supérieure ou une limite inférieure.

Horsley, dans sa préface, dit qu'il a démontré ailleurs la règle en question plus complètement et d'une manière plus parfaite; sans *Ferè* probablement. Mais sa démonstration ne paraît pas avoir fait fortune.

Quoi qu'il en soit, l'énigme étant intéressante, j'ai cherché à en avoir la clef et voici ce que j'ai trouvé : si l'on considère trois termes consécutifs quelconques d'une équation, qu on dérive

cette équation assez de fois pour faire disparaître tous ceux qui suivent le dernier des trois que l'on considère, qu'on prenne l'équation aux inverses des racines de la dernière, enfin qu'on dérive cette équation aux inverses assez de fois pour faire disparaître tous les termes à partir du quatrième, les trois termes de l'équation du second degré qui restera proviendront des trois termes primitivement considérés; si on simplifie cette équation et qu'on écrive la condition pour qu'elle ait ses racines réelles, cette condition sera précisément que le produit par le quotient des fractions indiquées dans l'énoncé du quarré du terme moyen, parmi les trois termes considérés, soit plus grand que le produit des deux autres.

En effet, soient m le degré de l'équation, et

$$A_p x^{m-p} + A_{p+1} x^{m-p-1} + A_{p+2} x^{m-p-2}$$

l'ensemble des trois termes considérés. Si on dérive $m-p-2$ fois l'équation, il viendra, pour l'ensemble de ces trois termes,

$$\begin{aligned} &(m-p)(m-p-1)\ldots 3 A_p x^2 \\ &+ (m-p-1)(m-p-2)\ldots 2 A_{p+1} x \\ &+ (m-p-2)(m-p-3)\ldots 1 A_{p+2}. \end{aligned}$$

Si l'on passe à l'équation aux inverses des racines de la dernière dérivée, le groupe des trois premiers termes de cette nouvelle équation sera

$$\begin{aligned} &(m-p-2)(m-p-3)\ldots 1 A_{p-2} x^{p+2} \\ &+ (m-p-1)(m-p-2)\ldots 2 A_{p+1} x^{p+1} \\ &+ (m-p)(m-p-1)\ldots 3 A_p x^p. \end{aligned}$$

Si on dérive de nouveau p fois, l'équation se réduira à

$$\begin{aligned} &(m-p-2)(m-p-3)\ldots 1(p+2)(p+1)\ldots 3\,A_{p+2}x^2 \\ &+(m-p-1)(m-p-2)\ldots 2(p+1)p\ldots 2\,A_{p+1}x \\ &+(m-p)(m-p-1)\ldots 3p(p-1)\ldots 1\,A_p=0, \end{aligned}$$

ou, si l'on supprime le facteur commun

$$2(m-p-2)(m-p-3)\ldots 3p(p-1)\ldots 3,$$

$$(p+2)(p+1)A_{p+2}x^2+2(m-p-1)(p+1)A_{p+1}x$$
$$+(m-p)(m-p-1)A_p=0.$$

Or, si l'équation proposée avait toutes ses racines réelles, il en serait de même de toutes les équations qu'on en a déduites, la dernière aurait donc ses racines réelles ; on aurait donc

$$(m-p-1)(p+1)(A_{p+1})^2>(m-p)(p+2)A_pA_{p+2}$$

ou

$$(A_{p+1})^2\frac{m-p-1}{p+2}:\frac{m-p}{p+1}>A_pA_{p+2};$$

or $\frac{m-p-1}{p+2}$ et $\frac{m-p}{p+1}$ sont précisément les fractions que mentionne la règle, et, si l'inégalité n'est pas satisfaite, l'équation proposée a au moins deux racines imaginaires.

C'est à peu près, comme on voit, la règle de de Gua, autrement démontrée, il est vrai, mais non pas celle de Newton, puisqu'il ne s'agit pas ici de la suite des signes formés d'après sa règle.

Quant à la règle de de Gua, elle soulevait une question très intéressante, mais sur laquelle on ne savait rien, jusqu'ici : si dans une équation, plusieurs groupes de trois termes consécutifs sont tels que le produit, par le quotient des fractions de Newton,

du quarré du terme moyen, se trouve moindre que le produit des extrêmes, les indications fournies s'ajoutent-elles? c'est-à-dire peut-on affirmer qu'il y a autant de couples de racines imaginaires que de groupes de trois termes consécutifs remplissant la condition?

M. Désiré André vient de résoudre la question de la manière la plus heureuse. Voici en effet le théorème très simple auquel il arrive, par la considération des changements que la multiplication d'un polynôme par un binôme $x + \alpha$ peut amener dans le nombre de ses variations : Si l'on considère, dans le premier membre d'une équation ordonnée, tous les groupes de trois termes consécutifs, où les extrêmes soient de même signe, qui présentent deux variations, où le carré du coefficient du terme moyen soit moindre que le produit des coefficients extrêmes et qui n'aient pas, deux à deux, plus d'un terme commun; si d'ailleurs L, M et N désignant les trois coefficients dans l'un des groupes, on forme toutes les fractions $\frac{M}{L}$, qui seront respectivement moindres que les fractions $\frac{N}{M}$, et qu'on compte le nombre maximum de groupes dans lesquels la plus grande des fractions $\frac{M}{L}$ qu'ils fournissent reste inférieure à la plus petite des fractions $\frac{N}{M}$ correspondantes : on aura une limite supérieure du nombre des racines positives de l'équation, en retranchant le double de ce nombre du nombre des variations présentées par le premier membre; il est presque inutile d'ajouter que le théorème s'étend de lui-même aux racines négatives.

Quant à la règle de Newton ou de Campbell, elle a été repro-

duite, il y a quelques années, par M. Sylvester, avec quelques modifications. Bien entendu, la règle de M. Sylvester ne donne qu'une limite inférieure du nombre des racines imaginaires. Celle de M. André me parait préférable au point de vue pratique.

Newton donne peu après différentes règles pour trouver une limite supérieure des racines positives dans le cas où l'équation n'en a pas qui soient imaginaires. Il propose de calculer la somme des quarrés, ou celle des quatrièmes puissances, ou des sixièmes puissances des racines de l'équation, et d'extraire de cette somme la racine quarrée, ou quatrième ou sixième.

L'*Arithmétique universelle* se termine par l'indication de différentes constructions pouvant fournir les racines d'une équation du troisième degré. Quelques-unes sont nouvelles.

Au reste, l'Ouvrage contient un grand nombre de problèmes très intéressants, mais les discussions en sont généralement insuffisantes.

De analysi per æquationes numero terminorum infinitas.

Cet Ouvrage ne fut publié pour la première fois qu'en 1704, mais Newton paraît en avoir communiqué un extrait à Barrow vers 1666, à peu près à l'époque où Mercator publiait sa *Logarithmotechnie.*

Newton y expose une méthode pour développer en séries des fonctions explicites et l'étend ensuite aux racines des équations algébriques littérales.

Le but qu'il se propose est la quadrature des courbes, aussi débute-t-il par rappeler que l'aire de la courbe

$$y = ax^{\frac{m}{n}}$$

est

$$a \frac{n}{m+n} x^{\frac{m}{n}+1},$$

formule déjà connue, mais il laisse indéterminées les limites de l'aire, ou plutôt ne s'en préoccupe pas, ce qui fait que, dans l'exemple

$$y = x^{-2},$$

il trouve, pour l'aire de la courbe,

$$-\frac{1}{x},$$

qu'il dit être négative parce qu'elle est comptée à droite de la parallèle à l'axe des y menée à la distance x, au lieu de l'être de l'axe des y à cette parallèle : *quam calculus ponit negativam, propterea quod jacet ex alterâ parte lineæ* BD. Il aurait pu laisser cette explication à Wallis, qui l'avait inventée.

Il énonce ensuite la règle de Roberval, pour le cas où l'ordonnée est composée de plusieurs parties, mais il ne nomme pas le géomètre français.

De là, sous le titre : *Aliarum omnium quadratura*, il conclut qu'il n'y a rien de si aisé que de quarrer toutes les courbes possibles, en développant en séries leurs ordonnées, soit qu'elles soient données explicitement ou qu'elles résultent d'équations non résolues. C'est ce qui s'appelle, suivant l'expression de Viète : *Nullum non problema solvere*; mais la solution laisse souvent à désirer.

Dans la plupart des traités qu'il a publiés postérieurement aux *Principes de la Philosophie naturelle*, Newton prend évidemment autorité de cet immortel ouvrage pour imposer ses opinions,

alors même qu'elles ne sont pas encore bien établies dans son esprit. Ses prédécesseurs étaient tombés dans le même travers et il est probable que ses successeurs l'imiteront encore longtemps.

Il considère d'abord (d'après Mercator) l'hyperbole représentée par l'équation

$$y = \frac{a^2}{b+x} = a^2\left(\frac{1}{b} - \frac{x}{b^2} + \frac{x^2}{b^3} - \frac{x^3}{b^4} + \dots\right),$$

dont l'aire est

$$a^2\left(\frac{x}{b} - \frac{x^2}{2b^2} + \frac{x^3}{3b^3} - \frac{x^4}{4b^4} + \dots\right),$$

si, du moins, x est moindre que b, comme il en fait la remarque.

Pour l'autre cas, il aurait pu diviser a^2 par $x + b$. Mais il fait immédiatement après l'équivalent sur l'exemple

$$y = \frac{1}{1+x^2}.$$

Il considère ensuite les courbes

$$y = \sqrt{a^2 + x^2} = a + \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} + \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} + \dots,$$

$$y = \sqrt{a^2 - x^2} = a - \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} - \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} - \dots,$$

$$y = \sqrt{x - x^2} = x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{8}x^{\frac{2}{5}} - \frac{1}{16}x^{\frac{7}{2}} \dots,$$

enfin

$$y = \frac{\sqrt{1+ax^2}}{\sqrt{1-bx^2}},$$

dont la quadrature donne la longueur de l'ellipse.

Jusque là tout va bien et il est juste d'ajouter que Newton se préoccupe le plus souvent des conditions de convergence des séries qu'il emploie, mais ensuite il résout par approximation les équations littérales entre l'ordonnée et l'abscisse. Il développe par exemple en série la valeur de y définie par l'équation

$$y^3 + a^2y - 2a^3 + axy - x^3 = 0;$$

nous ne pouvons le suivre jusque là.

La méthode dont il se sert pour effectuer les développements de ce genre n'a rien produit de vraiment utile, et l'histoire, en conséquence, pourrait l'omettre sans inconvénient. Elle ne fournit que des développements irréguliers, c'est-à-dire dont les termes successifs, péniblement formés au moyen de calculs numériques, ne peuvent présenter aucune loi. On y a naturellement renoncé dès que la formule de Taylor a fourni un moyen simple d'obtenir les développemeuts de toutes les fonctions sous une forme commune présentant ce double avantage que les coefficients des termes successifs peuvent toujours être calculés avec une approximation aussi grande qu'on le veut et ont d'ailleurs une représentation algébrique parfaitement nette. Toutefois nous pouvons en dire un mot; ceux de nos lecteurs qui désireraient la connaître plus à fond pourront recourir non pas aux ouvrages mêmes de Newton, où elle est fort mal expliquée, mais au *Cours d'analyse de l'École Polytechnique* de M. Jordan et à l'*Algèbre supérieure* de M. Serret.

Voici en quoi consiste cette méthode : soit $f(x, y) = 0$ l'équation proposée, de degrés m et n par rapport à x et à y, il s'agit de développer les n valeurs de y par rapport aux puissances croissantes de x. Soit $a_0 x^{\alpha_0}$ le premier terme de l'une des valeurs

de y et R_0 le complément de cette valeur, on devra avoir identiquement

$$f(x, a_0 x^{\alpha_0} + R_0) = 0.$$

On commencera par déterminer α_0 et a_0 de façon à faire disparaître de la fonction $f(x, a_0 x^{\alpha_0} + R_0)$ les termes de moindre degré. Comme R_0 doit être de degré supérieur à α_0, ces termes de moindre degré seront ceux de $f(x, a_0 x^{\alpha_0})$ et l'on prendra α_0 aussi petit que possible, de façon toutefois qu'il se trouve au moins deux termes de même degré. Il restera ensuite à déterminer a_0.

Cette inconnue sera fournie par une équation d'un degré plus ou moins élevé, que l'on ne pourra pas toujours résoudre exactement.

Supposons cependant qu'on ait pu trouver les valeurs de a_0; on en choisira d'abord une et l'on posera

$$y = a_0 x^{\alpha_0} + a_1 x^{\alpha_1} + R_1;$$

ensuite, on répètera les mêmes opérations pour obtenir a_1 et α_1; et on continuera de même.

Je crois qu'il faudrait que l'exemple s'y prêtât merveilleusement pour qu'on pût aller bien loin ainsi. Au reste, le développement obtenu serait-il convergent? Comment saurait-on s'il l'est? Autant de questions insolubles.

Prenons par exemple l'équation

$$y^3 + x^3 - 3pxy = 0$$

du folium de Descartes.

Si nous remplaçons y par $a_0 x^{\alpha_0}$, le premier membre deviendra

$$a_0^3 x^{\alpha_0} + x^3 - 3pa_0 x^{\alpha_0+1};$$

les termes à faire disparaître seront

$$a_0^3 x^{3\alpha_0} - 3pa_0^{x\,\alpha_0+1};$$

pour cela il faudra faire

$$3\alpha_0 = \alpha_0 + 1$$

d'où

$$\alpha_0 = \frac{1}{2},$$

et l'on devra ensuite poser

$$a_0^3 - 3pa_0 = 0$$

d'où

$$a_0 = \pm\sqrt{3p},$$

car la solution

$$a_0 = 0$$

ne pourrait être utilisée. On aura donc les premiers termes de deux des valeurs de y, qui seront

$$\pm\sqrt{3p}\,.\,x^{\frac{1}{2}},$$

et l'on posera

$$y = \pm\sqrt{3p}\,x^{\frac{1}{2}} + a_1 x^{\alpha_1} + R_1.$$

Substituant dans l'équation proposée, on aura à faire disparaître les termes de moindre degré de

$$(\pm\sqrt{3p}\,x^{\frac{1}{2}} + a_1 x^{\alpha_1})^3 + x^3 - 3px(\pm\sqrt{3p}\,x^{\frac{1}{2}} + a_1 x^{\alpha_1}).$$

Si l'on supposait que ces termes fussent

$$3\,.\,3pa_1 x^{\alpha_1+1} - 3pa_1 x^{\alpha_1+1},$$

α_1 serait indéterminé, puisque

$$\alpha_1 + 1 = \alpha_1 + 1$$

quel que soit α_1; et, d'autre part, la condition

$$9pa_1 = 3pa_1$$

donnerait

$$a_1 = 0,$$

solution inadmissible.

Supposons donc que les termes de moindre degré soient

$$3.3pa_1x^{\alpha_1+1} - 3pa_1x^{\alpha_1+1} + x^3,$$

ou

$$6pa_1x^{\alpha_1+1} + x^3,$$

il faudra alors faire

$$\alpha_1 = 2$$

et a_1 sera fourni par l'équation

$$6pa_1 + 1 = 0$$

d'où

$$a_1 = -\frac{1}{6p},$$

on posera donc

$$y = \pm\sqrt{3p}.x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{6p}x^2 + a_2x^{\alpha_2} + R^2,$$

etc.

Le folium est quarrable algébriquement, mais je crois que plus on irait loin dans ce développement, moins on serait près de s'en apercevoir.

Cependant Newton regardait, ou feignait de croire le problème général des quadratures de toutes les courbes algébriques comme résolu par cette méthode.

Il traite aussi de la rectification d'une courbe et la ramène à la quadrature d'une autre courbe, comme nous le ferions, c'est-à-dire beaucoup mieux que Wallis et van Heuraët.

Nous avons dit que ce mémoire avait été communiqué à Barrow vers 1666; nous devons ajouter que les lettres adressées par l'auteur à Leibniz en 1676, et dont nous avons déjà parlé, contiennent des résumés conformes de cet ouvrage et même, sur certains points, des amplifications. Ainsi l'on trouve, dans une de ces lettres, sinon la démonstration, du moins l'indication de la manière dont Newton est parvenu à la formule du binôme, qu'il donne, au reste, pour un exposant quelconque. Quant à la démonstration de cette formule, je ne l'ai trouvée nulle part, ni une distinction quelconque entre le cas où l'exposant est entier et positif, et les autres cas.

Traité de la quadrature des courbes.

(Publié pour la première fois en 1704.)

Ce *Traité* contient la reproduction un peu développée du précédent, mais il renferme en outre la théorie des fluxions, sur laquelle nous devons particulièrement insister.

Il est probable que Newton y a mis la dernière main assez tard, car on y trouve la détermination des fluentes des fractions rationnelles, considérées comme fluxions. Or on admet généralement que la question avait d'abord été envisagée par Moivre et Côtes.

Voici comment Newton introduit la considération des rapports d'infiniment petits.

« Je ne considère pas les grandeurs mathématiques comme formées de parties si petites qu'elles soient, mais comme décrites d'un mouvement continu. Les lignes sont décrites et engendrées, non pas par juxtaposition de leurs parties, mais par le mouve-

ment continu de points; les surfaces, par le mouvement de lignes; les solides, par le mouvement de surfaces; les angles par la rotation de leurs côtés; les temps par un flux continu; et ainsi des autres.

« Considérant donc que les grandeurs qui croissent dans des temps égaux sont plus grandes ou moindres, suivant qu'elles croissent avec une vitesse plus grande ou plus petite, je cherchais une méthode pour déterminer les grandeurs d'après les vitesses des mouvements ou accroissements qui les engendrent; et nommant *fluxions* les vitesses de ces mouvements ou accroissements, tandis que les grandeurs engendrées prendraient le nom de *fluentes*, je suis tombé, vers les années 1665 et 1666, sur la méthode des fluxions, dont je ferai usage dans la quadrature des courbes.

« Les fluxions sont, d'aussi près que possible (*quàm proximè*), proportionnelles aux accroissements des fluentes, engendrés dans des intervalles du temps, égaux et aussi petits que possible; elles sont dans la raison première des accroissements naissants et peuvent être représentées par des lignes qui leur soient proportionnelles. »

Exemple I. Si la droite sur laquelle sont comptées les ordonnées de deux courbes, qui correspondent à la même abscisse, se déplace parallèlement à elle-même, les fluxions des aires des deux courbes seront comme les ordonnées.

Exemple II. Les fluxions de l'abscisse, de l'ordonnée et de l'arc d'une courbe sont comme les côtés qui correspondent à ces lignes, dans le triangle rectangle dont les côtés rectangulaires sont parallèles aux axes et dont l'hypoténuse est la tangente à la courbe au point considéré.

Exemple IV. Une droite tourne autour d'un point fixe P

comme pôle et rencontre en B une droite fixe à une certaine distance AB d'un point fixe A marqué sur cette droite : les fluxions de PB et de AB sont comme PB et sa projection orthogonale sur AB.

Exemple V. Une droite tourne autour d'un point fixe P et rencontre les deux côtés fixes d'un angle EAB aux deux points E et B ; les fluxions de PE et de PB sont comme les rectangles PE.AE et PB.AB.

Newton passe ensuite au calcul du rapport des fluxions de x et de x^n (n étant quelconque) ; il obtient ce rapport en développant en série, par la formule du binôme, l'accroissement fini de x^n, pour un accroissement donné à x.

Puis il ajoute : « *Similibus argumentis, per methodum rationum primarum et ultimarum, colligi possunt fluxiones linearum, seu rectarum, seu curvarum, in casibus quibuscumque, ut et fluxiones superficiarum, angulorum et aliarum quantitatum ; infinitis autem quantitatibus analysin sic instituere, et finitarum, nascentium vel evanescentium, rationes primas et ultimas investigare, consonum est Geometriæ veterum : et volui ostendere quod in methodo fluxionum non opus sit figuras infinite parvas in Geometriam introducere ; peragi tamen potest analysis, in figuris quibuscumque, seu finitis, seu infinite parvis, quæ figuris evanescentibus finguntur similes ; ut et in figuris quæ per methodos indivisibilium pro infinite parvis haberi solent, modo cautè procedas.* »

C'est-à-dire : « les fluxions des lignes, droites ou courbes, dans tous les cas possibles, ainsi que celles des surfaces, des angles et des autres quantités, peuvent être obtenues de la même manière, au moyen de la méthode des premières et dernières raisons. *Mais*

instituer ainsi l'analyse sur des quantités infinies, et rechercher les premières et dernières raisons de grandeurs finies, naissantes, ou évanouissantes, est mieux en harmonie avec la Géométrie des anciens : et j'ai voulu montrer que dans la méthode des fluxions, il n'est pas nécessaire d'introduire, dans la Géométrie, des figures infiniment petites. Cependant l'analyse peut aussi bien se faire sur des figures finies ou infiniment petites, supposées semblables aux figures évanouissantes ; de même que dans les figures qui sont regardées comme infiniment petites, dans la méthode des indivisibles, pourvu que l'on procède avec prudence. » Je ne prétends pas que ce soit très clair.

La phrase que j'ai soulignée me paraît être une critique directe de la méthode de Leibniz, et je crois qu'on peut en inférer que le *Traité de la quadrature des courbes* a été retouché postérieurement à 1684 ; d'autant que la phrase suivante est à peu près dépourvue de sens et ne paraît utile qu'à dissimuler une attaque trop directe, les indivisibilistes n'ayant jamais employé de figures infiniment petites, au contraire.

Newton indique ensuite les notations dont il se servira. Les fluxions de grandeurs $x, y, z \ldots$ seront représentées par les mêmes lettres surmontées d'un point. Ces fluxions sont elles-mêmes des variables et leurs fluxions seront représentées par les mêmes lettres surmontées de deux points, etc.

(Pour éviter des symboles inusités en typographie, nous emploierons, en traduisant Newton, les notations adoptées par Lagrange : $x', x'' x''' \ldots y', y'', y''' \ldots$ qui reviennent exactement au même.)

Les variables $x, y, z \ldots$ sont elles-mêmes les fluxions de certaines autres grandeurs. Newton en représente les fluentes par

les mêmes lettres, surmontées d'un indice, puis les fluentes de ces fluentes, considérées à leur tour comme des fluxions, par les mêmes lettres surmontées de deux indices, etc.

Problème I. Étant donnée l'équation qui lie un nombre quelconque de fluentes, trouver les fluxions.

La règle que Newton donne pour le cas des équations entières est identiquement la nôtre; il la démontre en calculant l'accroissement fini que prend le premier membre de l'équation, pour un accroissement fini de la variable indépendante, et passant à la limite. Il obtient de même les fluxions des fluxions, etc.

Lorsque l'équation contient des radicaux, il représente ces radicaux par de nouvelles variables et joint à l'équation proposée celles qui définissent ces nouvelles variables, après en avoir fait disparaître les signes d'extractions de racines.

Problème II. Trouver des courbes que l'on puisse quarrer. Newton prend les expressions des aires, et les fluxions de ces aires sont les ordonnées des courbes cherchées.

Il se propose ensuite de quarrer une courbe dont l'ordonnée serait une fraction rationnelle de l'abscisse.

Enfin il aborde un grand nombre de questions qu'on ne pourrait pas résoudre, même aujourd'hui; il est inutile d'insister de nouveau sur ce travers.

On voit que la méthode des fluxions est très simple; c'est ce qui fait dire à Dalembert :

« La métaphysique de Newton sur le calcul des fluxions est très exacte et très lumineuse, quoiqu'il se soit contenté de la faire entrevoir. Il n'a jamais regardé le calcul différentiel comme le calcul des quantités infiniment petites, mais comme la méthode des premières et dernières raisons, c'est-à-dire la méthode de

trouver les limites des rapports. Aussi cet illustre auteur n'a-t-il jamais différencié des quantités, mais seulement des équations, parce que toute équation renferme un rapport entre deux variables et que la différentiation des équations ne consiste qu'à trouver les limites des rapports entre les différences finies des deux variables que l'équation renferme. »

Mais, d'abord, si l'on s'en tenait à la méthode de Newton, les calculs resteraient très compliqués et très longs, parce qu'il faudrait toujours développer les accroissements finis des fonctions composant les premiers membres des équations, avant de passer à la limite. C'est du reste pourquoi Lagrange a préalablement institué à part les règles du calcul des dérivées. En second lieu, si la métaphysique de Newton est très simple, cela tient surtout à ce qu'elle est plus qu'incomplète, à ce qu'elle fait même presque entièrement défaut. En effet, il est impossible de se rendre compte d'avance des services que pourra rendre la méthode des fluxions, ni de la manière dont ces fluxions interviendront dans la solution des questions. Ainsi, que l'on pose, par exemple, la question du cercle osculateur à une courbe en un de ses points : comment verra-t-on à l'avance que ce seront les fluxions de fluxions qui interviendront dans le calcul? Non seulement on ne le verra pas, mais il faudra traiter directement la question, sur la figure, pour que ces fluxions de fluxions apparaissent enfin et prennent leur place dans le calcul. Tandis que dans la méthode de Leibniz, qui est complètement préparée d'avance en vue de toutes les difficultés possibles, la manière d'aborder cette question du cercle osculateur n'est même pas à découvrir, elle est patente : il faut exprimer que le cercle passe par les trois points infiniment voisins de la courbe qui ont pour abscisses, x, $x+dx$

et $x + 2dx$; ou que l'équation de la courbe et celle du cercle donnent les mêmes valeurs pour dy et d^2y, d'où résulte avec évidence, en faveur des deux autres méthodes, que la solution fera nécessairement intervenir la fluxion et la fluxion de la fluxion de y, ou bien la première et la seconde dérivée de y.

Géométrie analytique.

Cet Ouvrage a été publié pour la première fois en 1736 en anglais. Les théories et les méthodes déjà développées dans l'*Analysis per æquationes numero terminorum infinitas* et dans le traité de la *quadrature des courbes*, y sont d'abord reproduites, presque dans les mêmes termes; nous ne reviendrons pas sur ces théories : il s'agit toujours du développement en séries des fonctions explicites ou implicites.

Newton reprend ensuite la théorie des fluxions, c'est-à-dire qu'il traite de nouveau la question de tirer d'une équation entre des fluentes, la relation correspondante entre les fluxions. Mais il aborde, pour la première fois, le problème inverse. Il distingue trois cas : celui où l'équation proposée contient les fluxions de deux quantités variables, et l'une de ces quantités; celui où les deux variables sont mêlées avec leurs fluxions ; et celui où il entre dans l'équation plus de deux variables.

Le premier cas se ramène immédiatement à une quadrature. Pour le second, Newton indique, sur quelques exemples, des transformations qui permettent de le ramener au premier, mais ensuite il retombe dans ses développements en séries. Quant au troisième cas, on peut dire qu'il est là pour que l'énumération soit complète; du reste, tout ce chapitre de calcul intégral tient

en seize pages où les développements en séries occupent la plus grande place.

Le reste de l'Ouvrage contient les applications de la méthode des fluxions à la Géométrie des courbes.

Déterminer les maximums et minimums. Au moment où une grandeur est maximum ou minimum, elle ne croît ni ne décroît (*nec profluit nec refluit*) : sa fluxion est donc nulle.

Trouver la tangente à une courbe en un de ses points. L'ordonnée est à la sous-tangente comme la fluxion de l'ordonnée est à la fluxion de l'abscisse. Donc il faut chercher le rapport des fluxions des deux coordonnées. Newton reproduit ici la règle de Huyghens. Il traite ensuite un grand nombre d'exemples où le système de coordonnées n'est plus celui de Descartes.

Trouver la courbure d'une courbe en un de ses points. Newton justifie bien ce j'ai dit plus haut, car il lui faut trois pages d'explications générales, deux figures et quatre lemmes pour arriver à la formule du rayon de courbure, qu'il représente par

$$\frac{(1+zz)\times\sqrt{1+zz}}{z'},$$

où z représente y'. Newton, entre autres exemples, applique cette règle à la cycloïde, dont il retrouve la développée; il remarque à ce sujet que la courbure d'une courbe en l'un de ses points peut se trouver nulle ou infinie (moindre ou plus grande que celle d'un cercle quelconque).

Trouver le point où une courbe a une courbure donnée. La solution est trop facile pour que nous insistions.

Trouver le point d'inflexion (*punctum rectitudinis*). Il faut galer à zéro la seconde fluxion de l'ordonnée.

Trouver le point où la courbure est infinie. Il faut égaler le rayon de courbure à zéro.

Trouver le point où la courbure est maximum ou minimum. Le rayon de courbure n'y varie pas sensiblement (*penitus quiescit*); il faut donc chercher sa fluxion et l'égaler à zéro.

Newton revient ensuite sur des questions qu'il a déjà traitées, par aperçus; celle, par exemple, de trouver les courbes exactement quarrables, ou dont la quadrature se ramène à celle des coniques.

La *Géométrie analytique* se termine par l'examen du problème de la rectification des courbes.

Methodus differentialis.

(Publiée pour la première fois en 1736.)

C'est la méthode d'interpolation de Newton; elle a pour objet final la quadrature des courbes par approximation.

Proposition I. Soit $a + x$ l'abscisse d'une courbe et

$$A + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots$$

son ordonnée : si l'on donne à x des valeurs quelconques, la différence de deux ordonnées consécutives sera divisible par la différence des abscisses correspondantes; la différence de deux quotients consécutifs, ainsi obtenus, sera divisible par la différence des abscisses extrêmes (entre lesquelles il y en aura une); la différence de deux quotients consécutifs, pris parmi les derniers, sera divisible par la différence des abscisses extrêmes (entre lesquelles il y en aura deux) et ainsi de suite.

La démonstration de Newton est longue mais facile à suivre :

elle ne consiste au reste que dans le développement des calculs indiqués.

Proposition II. Si le nombre des termes qui composent y est fini, le dernier quotient sera le coefficient du dernier terme et les autres s'obtiendront successivement par ordre, à partir du dernier, savoir, l'avant-dernier en substituant dans l'une des deux dernières équations précédemment obtenues la valeur du dernier coefficient; l'antépénultième, en substituant dans l'une des trois avant-dernières équations les valeurs des deux derniers coefficients, etc.

Si donc on se donne les valeurs de y et celles de x, on pourra déterminer celles de A b, c, d, e, etc. et l'équation

$$y = A + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots$$

représentera une courbe du genre parabole passant par les points répondant aux abscisses et aux ordonnées données.

Proposition VI. Une courbe quelconque étant donnée, en trouver la quadrature approchée. On calcule un certain nombre d'ordonnées de cette courbe, correspondant à des abscisses données, on fait passer, comme il vient d'être dit, une parabole par tous les points obtenus et on quarre cette parabole.

On voit que Newton se préoccupe toujours du côté pratique des théories : c'est évidemment en se plaçant à ce point de vue qu'il a si souvent insisté sur les développements en séries des fonctions implicites.

Énumération des lignes du troisième ordre.

Cet ouvrage de Newton est parfait; il devrait être classique et est à peine connu. Il est absurde en effet de réduire, comme on

le fait, l'enseignement de la Géométrie analytique à la discussion sempiternelle des trois coniques. Celle des courbes du troisième ordre étant très simple, pourrait sans inconvénient être introduite dans les programmes, et elle suffirait pour exciter à un degré raisonnable, chez les jeunes gens, l'esprit de généralisation et le goût des classifications. A un point de vue tout moderne, elle contient tous les éléments de la détermination du nombre des périodes de la quadratrice de chaque courbe du troisième ordre, et de l'espèce de ces périodes, cycliques ou elliptiques.

Les courbes géométriques, dit Newton, sont parfaitement (*optimè*) classées en ordres par les degrés de leurs équations, ou selon le nombre des points dans lesquels elles peuvent être coupées par une droite ...; une courbe d'ordre infini est celle qu'une droite peut couper en une infinité de points : telles sont la spirale, la cycloïde, la quadratrice, etc.

Les propriétés des coniques ont leurs analogues (*consimiles*) dans celles des courbes de tous les autres degrés. Ainsi, si l'on mène à travers une courbe du troisième ordre une série de droites parallèles qui la coupent chacune en trois points, et que l'on cherche sur chacune de ces parallèles le point dont les distances à deux des points de rencontre, placés d'un même côté par rapport à lui, donnent une somme égale à sa distance au troisième point, placé de l'autre côté, tous ces points seront sur une seule droite, qu'on pourra appeler diamètre de la courbe, et les trois distances seront les ordonnées de la courbe à ce diamètre.

L'hyperbole du second ordre a deux asymptotes, celle du troisième ordre en a trois; et de même que les segments d'une droite quelconque compris entre l'hyperbole du second ordre et ses deux asymptotes sont égales, de même les trois segments d'une

droite quelconque, compris entre une courbe du troisième ordre et ses asymptotes, sont telles que la somme de deux d'entre elles est égale à la troisième.

Dans l'ellipse et dans l'hyperbole, le quarré d'une ordonnée, ou, si l'on veut, le rectangle des deux ordonnées portées en sens contraires à partir d'un point du diamètre, est au rectangle des parties de ce diamètre, comme une certaine ligne, appelée *latus rectum*, est au diamètre transverse (conjugué); de même, dans les courbes non paraboliques du troisième ordre, le parallélépipède construit sur les trois ordonnées à un diamètre est au parallélépipède construit sur les parties de ce diamètre, comprises entre le pied commun des trois ordonnées et les points où le diamètre rencontre la courbe, dans une raison donnée.

Et la même analogie se retrouve entre les courbes paraboliques du second et du troisième ordre.

Enfin, si à travers une section conique on mène deux cordes parallèles et qu'on les coupe par deux autres également parallèles, savoir, la première par la troisième et la seconde par la quatrième : le rectangle des parties de la première est au rectangle des parties de la troisième comme le rectangle des parties de la seconde est au rectangle des parties de la quatrième; et, de même : si l'on coupe une courbe du troisième ordre par un pareil système de quatre droites, deux à deux parallèles, le parallélépipède construit sur les parties de la première est au parallélépipède construit sur les parties de la troisième, comme le parallélépipède construit sur les parties de la seconde est au parallélépipède construit sur les parties de la quatrième.

Rien de plus parfait que cette entrée en matière, et l'on ne dirait pas mieux aujourd'hui.

Pour ce qui reste, Newton a tout aperçu avec la même sûreté de vue : la distinction à faire entre les asymptotes qui coupent la courbe en deux ou en trois points à l'infini; l'existence, dans le second cas, d'un diamètre rectiligne correspondant aux cordes parallèles à l'asymptote, et celle d'un point double à l'infini; le rapprochement à faire entre ce cas d'un point double à l'infini et celui d'un point double à distance finie, etc.

Les branches infinies des courbes de tous les ordres, dit Newton, sont hyperboliques ou paraboliques. J'appelle branches hyperboliques celles qui ont des asymptotes, paraboliques celles qui en sont destituées. Elles se distinguent très bien (*optimè*) par leurs tangentes. Car si le point de contact s'éloigne à l'infini, la tangente à une branche hyperbolique coïncide avec l'asymptote et la tangente à une branche parabolique se transporte à l'infini (*ad infinitum recedet, evanescet, et nullibi reperietur*). L'asymptote d'une branche quelconque s'obtient donc en cherchant ce que devient la tangente lorsque le point de contact s'éloigne à l'infini. Quant à la direction dans laquelle la branche s'étend à l'infini, c'est celle même de cette tangente.

Réduction de toutes les courbes du troisième ordre à quatre cas. — Newton remarque qu'une courbe du troisième degré a toujours au moins une direction asymptotique réelle, et, supposant que l'asymptote correspondante existe à distance finie, il la prend pour axe des y.

Cela posé, les parallèles à cette asymptote coupent la courbe en deux points ou en un seul, ce qui donne lieu aux deux premiers cas.

Dans le premier, le lieu des milieux des cordes parallèles à l'asymptote est une hyperbole dont l'une des asymptotes est celle

même de la courbe du troisième ordre qui a été prise pour axe des y, et si l'on prend la seconde pour axe des x, l'équation de la courbe prend la forme

$$xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Du reste, le diamètre hyperbolique peut se réduire à ses deux asymptotes et alors e est nul.

Dans la première hypothèse, la courbe coupe son asymptote en un point situé à distance finie ; dans la seconde, elle la rencontre en trois points situés à l'infini.

Dans le second cas, le terme en y^2 doit manquer, quel que soit l'axe des x, et l'équation de la courbe est de la forme

$$xy = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Si au contraire l'asymptote correspondant à la direction asymptotique considérée est rejetée à l'infini, on tombe dans le troisième et le quatrième cas, selon que les parallèles à cette direction asymptotique coupent la courbe en deux points à distance finie ou en un seul. L'axe des y étant toujours dirigé parallèlement à la direction asymptotique, l'équation de la courbe, dans le troisième cas, est de la forme

$$y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

et, dans le quatrième, de la forme

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

On voit que la discussion est parfaitement engagée. Newton passe ensuite aux distinctions à introduire dans chacun des quatre cas principaux. Quant aux caractères distinctifs qu'il a adoptés, ils sont parfaitement choisis : ils portent sur le nombre

des asymptotes effectives, sur le nombre de points que chaque asymptote a en commun avec la courbe à l'infini et par conséquent sur l'existence ou l'absence de diamètres rectilignes, correspondant aux cordes parallèles aux asymptotes; sur l'existence de points doubles, d'ovales séparées, de points isolés, etc.

Il trouve ainsi, pour les courbes du troisième degré, soixante-douze espèces dont on pourra aisément faire le dénombrement, d'après ce qui précède.

Génération des courbes (du troisième ordre) *par les ombres* (de quelques-unes d'entre elles). — Toutes les autres courbes du troisième ordre sont les perspectives des cinq paraboles que représente l'équation

$$y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

selon que les racines de l'équation

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

sont réelles toutes trois et inégales; que deux de ces racines sont égales, le point double pouvant d'ailleurs être isolé ou non, ce qui constitue deux cas distincts; que les trois racines sont égales; et enfin que deux racines sont imaginaires.

Newton termine par cette observation extrêmement remarquable : « Nous avons dit qu'une courbe du troisième ordre peut être coupée par une droite en trois points. Il arrive quelquefois que deux de ces points coïncident, comme lorsque la droite passe par une ovale infiniment petite, ou par le point de concours de deux branches qui se coupent mutuellement. Mais si toutes les droites qui ont la direction d'une branche infinie ne coupent la courbe qu'en un point, il faut concevoir que ces

droites coupent la courbe en deux autres points rejetés à l'infini, et *soit que deux points de rencontre réunis se trouvent à distance finie ou infinie, nous dirons qu'ils forment un point double.*

« Or, les courbes du troisième ordre qui ont un point double peuvent se construire lorsqu'on en connaît sept points, dont fasse partie le point double. » Et Newton en indique le moyen qui consiste, si A est le point double donné, et que B et C soient deux des six autres points donnés, à faire tourner en même temps les angles CAB et CBA autour de leurs sommets respectifs, de façon que le point de concours des côtés AB et BA, devenus mobiles, décrive une certaine conique, passant au point A : alors le point de concours des côtés AC et BC parcourt la cubique cherchée. Newton définit complètement la conique en question par rapport aux quatre derniers points donnés, mais il suffit d'énoncer le théorème comme nous le faisons; le point intéressant étant de savoir que si le point de concours de AB et de BA décrit une conique passant au point A, le point C décrit une cubique (il est presque inutile d'ajouter : passant aux points B et C).

Lectiones opticæ.

Cet Ouvrage ne fut publié pour la première fois qu'en 1729. Il n'est probablement que la reproduction des leçons de Newton à Cambridge et est entièrement distinct du *Traité d'Optique* en anglais, dont nous parlerons plus loin.

Les *Lectiones* sont divisées en deux parties, subdivisées elles-mêmes, la première en quatre sections, la seconde en cinq.

Newton y établit d'abord le fait si inattendu de la composi-

tion de la lumière blanche et de l'inégale réfrangibilité des rayons diversement colorés qui la composent; il décrit les procédés qu'il a employés pour déterminer les coefficients de réfraction, procédés beaucoup plus parfaits que ceux qui avaient été mis en pratique auparavant; il termine par la théorie de l'arc-en-ciel, dont, comme on sait, il expliqua le premier la coloration. Il résout accessoirement quelques problèmes, dont nous aurons quelques mots à dire.

On voit que les *Leçons d'Optique* ne contiennent pas encore ce qu'on a appelé la *théorie de l'émission*, aussi presque tout ce qui s'y trouve est-il resté dans l'enseignement, presque tout en étant parfait. Cette partie de l'Optique de Newton est en effet un modèle, sous bien des rapports : le soin avec lequel toutes les expériences sont faites, l'ordre admirable dans lequel elles sont présentées, l'habileté avec laquelle sont écartées les circonstances étrangères à l'objet de chaque expérience, etc., tout en un mot la recommande à l'attention.

La première section de la Première Partie a trait à la décomposition de la lumière solaire et à l'inégale réfrangibilité des rayons qui la composent.

Les circonstances dans lesquelles la lumière solaire, que nous appelons blanche, donne naissance à des rayons colorés, sont tellement communes que la découverte du fait appartient à tout le monde. Il suffit, en effet, d'avoir regardé une fois un objet éclairé à travers une substance transparente, de figure irrégulière, pour avoir été frappé par l'apparition de bandes présentant toutes les couleurs connues; mais le fait lui-même n'avait pas été analysé avant Newton.

Les phénomènes de coloration ne se présentent pas lorsque la

lumière traverse un corps transparent terminé par deux faces planes parallèles; et le plus simple des corps terminés par des faces non parallèles est le prisme triangulaire. Il fallait donc commencer par expérimenter la marche de la lumière après sa sortie d'un prisme dans lequel, pour plus de simplicité, on la ferait pénétrer perpendiculairement aux arêtes latérales.

Newton, pour pouvoir mieux analyser le phénomène, s'enferma dans une chambre dont tous les volets avaient été fermés et où ne pouvait pénétrer qu'un faisceau de rayons solaires, par une petite ouverture circulaire. Ce faisceau, reçu par l'une des faces en biseau d'un prisme, ressortait par l'autre et allait former une image sur le mur opposé de la chambre obscure. Newton s'attendait à ce que cette image fût colorée; mais, quoique le faisceau lumineux dont elle provenait eût sa base circulaire, elle se trouva beaucoup plus longue que large, ce qui constituait un fait entièrement nouveau. Une partie du faisceau était donc plus fortement déviée que l'autre. Newton refit l'expérience en suivant l'image à différentes distances du prisme et reconnut : 1° que l'allongement de cette image croissait avec la distance; 2° que la séparation des couleurs se faisait alors de plus en plus nettement. Il en conclut qu'un faisceau de lumière solaire est composé de rayons inégalement réfrangibles et inégalement colorés, l'une des qualités étant conséquence de l'autre.

Il isola ensuite, à l'aide d'un écran mobile, un petit faisceau de rayons de même couleur, derrière le prisme, fit tomber ce faisceau sur un nouveau prisme et reconnut que l'image conservait à peu près une teinte uniforme et ne s'allongeait plus.

Il modifia enfin de plusieurs manières l'expérience, de façon à porter l'évidence à ses dernières limites.

On connaît le phénomène de réflexion intérieure d'un rayon tendant à passer d'un milieu plus réfringent dans un milieu moins réfringent, mais tombant sous une incidence trop faible pour que le passage puisse avoir lieu : l'inclinaison à partir de laquelle la réflexion intérieure se produit devait dépendre du coefficient de réfrangibilité du rayon essayé. Cette nouvelle vérification réussit encore pleinement : Newton inclina le prisme, par rapport au faisceau de lumière solaire, de façon que les rayons, après avoir pénétré par la première face, tombassent sur la seconde sous des angles trop faibles pour qu'aucun d'eux pût passer; et en tournant un peu le prisme, de manière à augmenter progressivement l'angle d'incidence, il vit successivement sortir les rayons rouge, orange, jaune, vert, bleu, indigo et violet.

La seconde section contient la description des procédés proposés par Newton pour arriver à la mesure des coefficients de réfraction, c'est-à-dire au rapport, pour chaque substance transparente, du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de réfraction, ces angles étant comptés tous deux à partir de la normale à la surface réfringente.

Lorsque le corps dont il s'agit est solide, Newton le suppose taillé en prisme, et le procédé qu'il indique comme le meilleur est celui qui a été, depuis, conservé, de diriger les deux faces du prisme de façon que le rayon qui les traverse fasse avec elles des angles égaux, à l'intérieur.

Soient (*fig.* 14) A l'angle du prisme, SEFR la marche d'un rayon à travers ce prisme, i et r les angles d'incidence et de réfraction en E, r et i les angles d'incidence et de réfraction en F, puisque l'on suppose que EF est également incliné sur les deux faces du prisme :

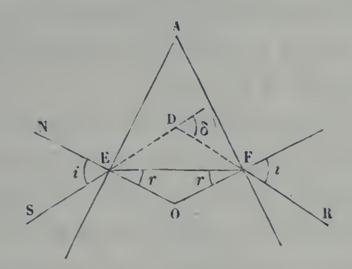
On a évidemment

$$r = \frac{A}{2},$$

et, en appelant δ la déviation $\pi - SDR$,

$$\delta = 2i - A;$$

Fig. 14.



enfin

$$\sin i = n \sin r,$$

n désignant le coefficient de réfraction relatif à la substance du prisme considéré, par rapport au milieu ambiant.

De là on tire

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\delta + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}},$$

d'où il résulte qu'il suffit pour obtenir n de mesurer l'angle A et d'observer la déviation δ.

Newton n'en dit pas davantage en cet endroit; nous verrons bientôt que la déviation δ est, dans ce cas, maximum ou minimum, ce qui en facilite la détermination. Mais la façon dont il parvient à ce théorème donnera lieu à une remarque intéressante, au point de vue historique.

Pour appliquer le même procédé à un liquide, Newton suppose le liquide renfermé dans un prisme de verre, par exemple, formé de feuilles à faces bien parallèles; et il démontre que la déviation totale du rayon qui a traversé la première feuille de verre, le liquide et la seconde feuille de verre, est identiquement celle qu'il aurait subie s'il avait traversé seulement le prisme de liquide. On sait assez que la méthode de Newton est, sur ce point, celle qu'on applique encore pour la détermination des coefficients de réfraction des liquides et des gaz.

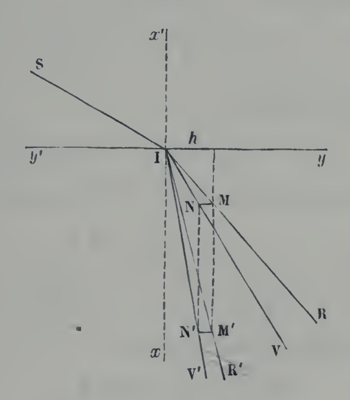
La troisième section, intitulée *Des Réfractions produites par des surfaces planes*, contient des exercices dont on ne voit pas trop l'utilité, comme : trouver le rayon, parallèle à une direction donnée, dont le réfracté ira passer par un point donné; désigner le rayon, issu d'un point donné, dont le réfracté aura une direction donnée; un point lumineux émettant des rayons de diverses couleurs, déterminer ceux dont les réfractés iront passer par un point donné; etc.

Mais Newton y traite quelques questions de maximum et de minimum et il n'est pas sans intérêt d'étudier les procédés qu'il emploie pour les résoudre.

Voici la première de ces questions : un rayon composé tombant sur une surface plane sous une certaine incidence, quelle doit être la densité du milieu dans lequel le rayon va pénétrer, pour que l'angle formé par les deux rayons le plus réfrangible et le moins réfrangible soit maximum. La solution que donne Newton de ce problème repose sur un principe qui, peut-être, se trouvait en conformité apparente avec ses expériences, mais dont il ne fait pas connaître l'origine : Newton suppose que, si l'on coupe tous les rayons les plus réfrangibles par une perpen-

diculaire à la surface plane réfringente, contenue dans le plan d'incidence, et que par les points d'intersection on mène des parallèles à la trace du plan d'incidence sur la surface réfringente, ces parallèles terminées aux rayons les moins réfrangibles auront toutes même longueur, quelle que soit la densité du milieu réfringent; en d'autres termes, il admet que les spectres fournis par un même rayon tombant sur des surfaces diversement réfrin-

Fig. 15.



gentes, ont nécessairement même longueur, lorsque les écrans sur lesquels on les intercepte sont placés parallèlement à la surface réfringente à des distances telles que les extrémités gauches, par exemple, de ces spectres, se trouvent sur une même perpendiculaire à la surface réfringente. Or, rien ne l'autorisait à admettre ce principe tout gratuit.

Soient (*fig.* 15) SI le rayon blanc incident, $y'y$ la surface réfringente, IR et IR' les deux rayons rouges qui apparaîtraient dans deux milieux employés successivement, IV et IV' les deux

rayons violets : si l'on coupe les deux rayons rouges en M et M′ par une droite perpendiculaire à $y'y$ et qu'on mène à cette droite les parallèles MN, M′N′, ces parallèles seraient égales d'après Newton.

Il en résulterait entre les angles de réfraction des quatre rayons une relation indépendante de la densité du milieu. En effet, soient r et r' les angles de réfraction des rayons rouges, ν et ν' ceux des rayons violets : les équations des quatre rayons seront, pour les rayons rouges,

$$y = x \operatorname{tang} r, \quad y = x \operatorname{tang} r',$$

et, pour les rayons violets,

$$y = x \operatorname{tang} \nu, \quad y = x \operatorname{tang} \nu';$$

si $y = h$ est l'équation de MM′, les abscisses de M et de M′ seront

$$x = \frac{h}{\operatorname{tang} r} \quad \text{et} \quad x = \frac{h}{\operatorname{tang} r'},$$

les ordonnées de N et N′ seront donc

$$\frac{h \operatorname{tang} \nu}{\operatorname{tang} r} \quad \text{et} \quad \frac{h \operatorname{tang} \nu'}{\operatorname{tang} r'};$$

par suite la condition MN = M′N′ se traduira par

$$h - \frac{h \operatorname{tang} \nu}{\operatorname{tang} r} = h - \frac{h \operatorname{tang} \nu'}{\operatorname{tang} r'}$$

ou

$$\frac{\operatorname{tang} \nu}{\operatorname{tang} r} = \frac{\operatorname{tang} \nu'}{\operatorname{tang} r'};$$

c'est-à-dire

$$\frac{\operatorname{tang} \nu}{\operatorname{tang} r} = \text{constante};$$

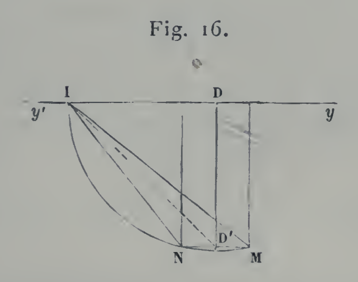
or Newton ne dit rien qui puisse donner lieu de croire qu'il ait cherché à vérifier cette formule.

Il affirme sans même donner la moindre explication. Et le fait est inexact ! Si bien que c'est sur le fait contraire qu'est fondée la possibilité d'obtenir l'achromatisme. Il est vrai que Newton, par suite probablement de l'idée préconçue qu'il avait adoptée, ne croyait pas à cette possibilité, ce qui l'avait amené à rejeter l'usage du télescope dioptrique.

Quoi qu'il en soit, le principe étant admis, Newton suppose d'abord le cas où le rayon incident SI fait avec $y'y$ un angle infiniment petit, et il détermine aisément les directions que doivent avoir, dans ce cas, les deux rayons réfractés extrêmes, pour que leur angle soit maximum :

Soient prolongées jusqu'à $y'y$ (*fig.* 16) les deux verticales

Fig. 16.



NN', MM' de la figure précédente et soit DD' la parallèle menée à ces droites par le milieu d'une quelconque des droites NM. Le cercle passant par I, N et M aura son centre sur D'D et il est facile de voir que l'angle NIM sera maximum lorsque le centre du cercle sera en D sur $y'y$. Dans ce cas le rayon moyen (*sic*) se réfractera suivant ID', c'est à dire à peu près à 45°.

On arriverait à une solution plus satisfaisante en traitant la question par le calcul :

Puisque

$$\frac{\tang v}{\tang r} = \mathrm{K},$$

il ne s'agit que de rendre maximum

$$\frac{\tang r(1 - \mathrm{K})}{1 + \mathrm{K} \tang^2 r},$$

ce qui donne $\tang r = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{K}}}$ et $\tang v = \sqrt{\mathrm{K}}$. Mais Newton n'aime pas la Trigonométrie.

Dans le cas général où l'incidence du rayon SI est quelconque, « le problème, dit Newton, est solide, mais on peut trouver le moyen de le ramener à être plan, sans en changer que très peu les conditions. » Si l'hypothèse admise précédemment est maintenue, nous ne voyons d'autre différence entre les deux cas qu'en ce que la constante K pourrait varier avec l'inclinaison du rayon incident; mais le maximum de l'angle correspondrait toujours à

$$\tang r = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{K}}} \quad \text{et} \quad \tang v = \sqrt{\mathrm{K}}.$$

Dans le second exemple, Newton se propose la question, que nous avons déjà indiquée, de trouver le maximum ou le minimum de la déviation d'un rayon qui a traversé les deux faces d'un prisme, dans un plan perpendiculaire à l'arête.

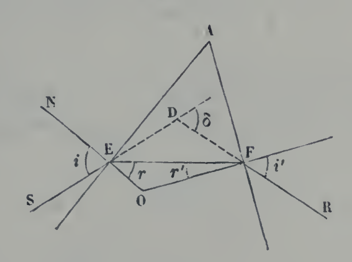
Soient (*fig.* 17) A l'angle du prisme, SEFR la marche d'un rayon, i et r les angles d'incidence et de réfraction en E, r' et i' les angles d'incidence et de réfraction en F, O le point de con-

cours des normales en E et en F aux deux faces du prisme, D celui des rayons SE et RF prolongés, enfin δ la déviation ou l'angle de FR avec SE.

On a d'abord, en désignant par n le coefficient de réfraction du corps transparent qui forme le prisme,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \quad \text{et} \quad \frac{\sin i'}{\sin r'} = n$$

Fig. 17.



c'est-à-dire

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r'};$$

d'un autre côté

$$r + r' = \text{A}$$

et

$$\delta = i - r + i' - r' = i + i' - \text{A}.$$

Il en résulte que le maximum de δ correspond au cas où

$$1 + \frac{di'}{di} = 0;$$

mais les premières équations donnent

$$\cos i\, di = n \cos r\, dr \quad \text{et} \quad \cos i'\, di' = n \cos r'\, dr'$$

d'où

$$\frac{di'}{di} = -\frac{\cos r'}{\cos i'}\,\frac{\cos i}{\cos r},$$

puisque $dr' = -dr$.

La condition est donc

$$\frac{\cos i}{\cos r} = \frac{\cos i'}{\cos r'},$$

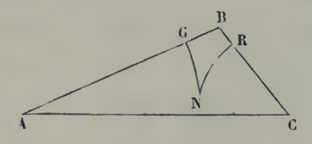
c'est-à-dire

$$i = i'.$$

Mais Newton, pour y parvenir, n'emploie pas la méthode infinitésimale.

La quatrième section est intitulée : *Des réfractions produites par les surfaces courbes*. Newton s'y occupe d'abord de la

Fig. 18.



recherche du foyer commun de rayons tombant dans diverses conditions sur une surface réfringente quelconque, et en particulier sur une sphère.

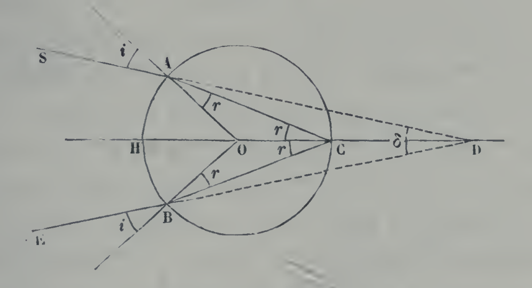
Il cherche ensuite la méridienne de la surface de révolution qui, recevant des rayons émanés d'un point donné, les renverrait tous, par réfraction, en un autre point donné : Soient A et C les deux points donnés et B un point choisi à volonté, par lequel on veut faire passer la méridienne cherchée, on n'aura qu'à prendre BG et BR (*fig.* 18) proportionnels aux sinus des angles d'inci-

dence et de réfraction et à décrire des points A et C les cercles GN et RN, qui se couperont sur la courbe cherchée.

Enfin Newton résout les deux problèmes qui se présenteront dans la théorie de l'arc-en-ciel : le soleil éclairant une sphère transparente, déterminer la déviation maximum ou minimum des rayons qui émergeront de la sphère après s'être réfléchis une ou deux fois dans son intérieur.

Supposons que le rayon lumineux ne se réfléchisse qu'une fois dans l'intérieur de la sphère; soient (*fig.* 19) SACBE la marche

Fig. 19.



de ce rayon, i et r les angles d'incidence et de réfraction en A et en B, et δ la déviation SDE : l'angle AOH s'exprime à la fois par $2r$ et par $i + \frac{\delta}{2}$, donc

$$2r = i + \frac{\delta}{2}$$

ou

$$\delta = 4r - 2i;$$

le maximum de δ correspondra donc à l'hypothèse

$$4\,dr = 2\,di \quad \text{ou} \quad 2\,dr = di.$$

Soit maintenant n le coefficient de réfraction de la matière qui compose la sphère, on aura

$$\sin i = n \sin r,$$

d'où

$$\cos i \, di = n \cos r \, dr.$$

la condition devient donc

$$\cos i = 2n \cos r;$$

on en tire aisément

$$\cos i = \sqrt{\frac{4^2 - 1}{3}}.$$

Mais la démonstration de Newton ne ressemble en rien à celle-là : elle appartient au genre de celles qu'on donne aux élèves d'élémentaires lorsqu'on veut, à tort, traiter devant eux des questions qui ressortissent à l'analyse infinitésimale. Il faudrait inférer de là que Newton, en 1672, ne savait pas appliquer sa méthode des fluxions aux fonctions circulaires, ou qu'il ne parvenait encore aux fluxions de ces fonctions que par des considérations géométriques; mais il est plus probable, que voulant tenir cette méthode cachée, il déguisa la marche qu'il avait suivie pour arriver aux résultats, dans les deux problèmes précédents.

Dans la Seconde Partie des *Leçons d'Optique*, Newton traite des couleurs, de leurs mélanges, et des couleurs qui proviennent de ces mélanges; il termine par l'explication de l'arc-en-ciel.

Il existe de Newton deux autres grands ouvrages sur l'Optique : les *Lettres relatives à la théorie de la lumière et des couleurs*, adressées à Oldenbourg, de 1671 à 1676, en anglais; et les *Optics* en trois livres, en anglais aussi, qui furent écrits, dit Newton,

partie en 1675 pour satisfaire au désir de plusieurs membres de la Société royale (*at the desire of some Gentlemen of the Royal Society*) et le reste deux ans après, excepté le Troisième Livre et la dernière proposition du second, qui n'auraient été conçus qu'à une époque bien ultérieure, qu'on n'a pu déterminer.

La première édition de ces *Optics* est de 1704, le Dr Clarke en donna une traduction latine en 1706 avec l'agrément de Newton; la seconde, qui contient les additions mentionnées par Newton est de 1717; il en fut publié trois traductions françaises, une à Amsterdam et deux à Paris.

Les *Lettres* à Oldenbourg ne nous ont paru rien contenir qui ne soit dans les *Leçons d'Optique;* nous n'en parlerons donc pas.

C'est dans les *Optics* que Newton a développé sa théorie de la transmission de la lumière et des influences qu'elle subit de la part des corps qu'elle rencontre. Cette théorie a disparu comme disparaissent toutes celles qui sont fondées sur des hypothèses prématurées, mais elle a dominé trop longtemps et trop exclusivement pour que l'histoire n'en fasse pas au moins mention.

Le tort de Newton fut de forger une hypothèse pour arriver à l'explication de la réfraction simple avant d'avoir examiné l'ensemble des autres faits : les phénomènes de diffraction et de double réfraction ainsi que ceux où s'observent les anneaux colorés.

Les efforts qu'il avait faits pour trouver l'explication des phénomènes les plus simples l'avaient déjà jeté dans une voie fausse, où il devait d'autant plus s'entêter qu'elle semblait mieux en rendre compte, et il voulut ensuite réduire les autres phénomènes à passer sous le niveau de sa première hypothèse.

Il se fit d'un rayon lumineux l'idée d'un flux de corpuscules

animés d'une grande vitesse et soumis à des attractions et répulsions de la part des molécules des milieux qui pouvaient se présenter sur leur route.

Tant qu'un corpuscule lumineux se mouvrait dans le même milieu, comme il serait attiré de la même manière, dans tous les sens, par les molécules de ce milieu, sa vitesse n'éprouverait aucune modification. Mais au moment où ce corpuscule arriverait à la surface de séparation de deux milieux, les molécules du milieu placé d'un côté de la surface n'agissant pas sur lui comme celles du milieu placé de l'autre, la vitesse du corpuscule se trouverait influencée en grandeur et en direction.

Newton admettait que l'attraction exercée par un milieu sur un globule lumineux commençait à se faire sentir à une distance extrêmement petite de la surface de ce milieu, qu'elle croissait avec la densité du milieu, qu'elle était donc plus forte, près de la surface de séparation de deux milieux, du côté du milieu le plus dense que de l'autre côté; que les actions des deux milieux se faisaient sentir, toutes deux, à une très petite distance de la surface de séparation, de quelque côté que le globule se trouvât actuellement, et que l'une et l'autre cessaient lorsque le globule se trouvait à une distance appréciable de cette surface de séparation, l'une, l'action du milieu où le globule n'était pas encore parvenu, ou qu'il venait de quitter, parce que les distances étaient devenues trop grandes, et l'autre parce que le globule, comme nous l'avons déjà dit, était maintenant attiré de la même manière dans tous les sens, les molécules qui pouvaient agir sur lui n'en étant qu'à des distances extrêmement petites.

Dans cette hypothèse, un globule lumineux, qui devait se mouvoir en ligne droite et avec une vitesse constante dans un

milieu homogène, devait au contraire éprouver dans une direction normale à la surface de séparation, une accélération positive ou négative suivant qu'il tendait à passer d'un milieu moins dense dans un milieu plus dense. Cette accélération augmentait la composante normale de la vitesse sans altérer sa composante tangentielle; la trajectoire se courbait d'ailleurs à une très petite distance de la surface de séparation, et de chacun des côtés de cette surface, mais le mouvement du globule redevenait aussitôt rectiligne et uniforme, dans une direction plus voisine ou plus éloignée de la normale, suivant que le second milieu était plus dense, ou moins dense que le premier.

Telle est l'explication des phénomènes de réfraction simple, dans le système de Newton, qui avait même déduit de sa théorie la loi de la constance dans le rapport des sinus des angles d'incidence et de réfraction.

L'explication des phénomènes de double réfraction n'eût pas été plus difficile, car il eût suffi pour y parvenir de supposer, ce qui est vrai, que, dans un cristal biréfringent, les poids de files de molécules de même longueur ne sont pas les mêmes dans toutes les directions, autour d'un même point.

Tout allait donc assez bien jusque là, lorsque les phénomènes de diffraction vinrent troubler une si belle ordonnance : Newton mesura avec soin la largeur de l'ombre portée par un cheveu, laquelle, à douze pieds de distance, parut être trente-cinq fois plus grande qu'elle ne devait être; et il en conclut que la lumière qui rase la surface d'un corps éprouve de la part de ce corps une action répulsive.

A partir de ce moment, le globule, attiré dans les cas de réfraction et repoussé dans les cas de diffraction, ne sut plus à quel

chemin se vouer parce qu'il ne comprenait pas. Newton voulut encore l'obliger à se prêter à la formation des anneaux colorés, à l'irisation des bulles de savon, à la sélection, par chaque corps, des rayons qui devaient lui fournir sa couleur propre, etc., mais le globule ne voulut plus se prêter à aucune entente.

La théorie de Newton n'en a pas moins régné souverainement jusque vers le milieu de ce siècle.

Heureusement elle était assez nette, dans son principe, pour que le vice radical qu'elle portait en elle pût être saisi et mis en évidence.

Au lieu d'argumenter contre les partisans du système de Newton et de les suivre dans leurs tentatives pour redresser ou compléter la théorie en en conservant les bases, les physiciens se sont attachés à ce point précis de savoir si, comme le voulait Newton, la vitesse d'un rayon lumineux est vraiment plus grande dans un milieu plus réfringent que dans un milieu moins réfringent.

C'est Arago qui conduisit l'attaque dans ce sens, et, après bien des efforts, on finit par reconnaître expérimentalement qu'au contraire la vitesse de la lumière est plus grande dans un milieu moins réfringent. Depuis lors, la théorie de l'émission fut complètement abandonnée.

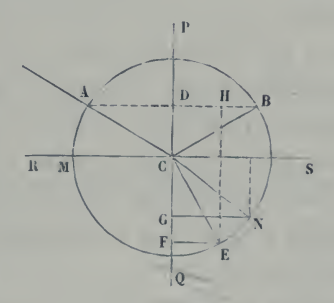
Cela dit, nous allons donner quelques extraits caractéristiques des *Optics* de Newton. Nous y trouverons encore d'excellentes observations, au milieu d'explications théoriques moins satisfaisantes.

Voici d'abord la théorie de la réfraction simple d'après Newton : elle se trouve dans la Première Partie du Premier Livre ; elle repose, dit Newton, sur cette supposition *que les corps réfrac-*

tent la lumière par une action sur ses rayons, qui s'exerce dans la direction perpendiculaire à leurs surfaces (that bodies refracted light by acting upon its rays in lines perpendicular to their surfaces). Nous traduisons littéralement cette théorie :

Supposons qu'un rayon arrivant aussi obliquement que possible, suivant la ligne MC (*fig.* 20), soit réfracté en C par le

Fig. 20.



plan RS suivant la ligne CN ; et que l'on demande de trouver la ligne CE suivant laquelle un autre rayon AC doit être réfracté. Soient MC, AD les sinus d'incidence de ces deux rayons et NG, EF leurs sinus de réfraction ; représentons les mouvements égaux des mêmes rayons incidents par les lignes égales MC et AC ; et, le mouvement MC étant considéré comme parallèle au plan réfringent (ce qui fait qu'il ne doit pas être décomposé), supposons l'autre mouvement AC décomposé en deux autres AD et DC, l'un parallèle et l'autre perpendiculaire à la surface réfringente ; de la même manière, imaginons les mouvements des deux

rayons émergents CN et CE décomposés chacun en deux dont ceux qui seront perpendiculaires à RS soient $\frac{MC}{NG}$ CG et $\frac{AD}{EF}$ CF.

Si l'action du plan réfringent sur le rayon commence à une certaine distance dans un sens, qu'elle cesse d'agir à une certaine distance dans l'autre sens; et que, dans toutes les situations comprises entre ces deux limites, les actions sur le rayon s'exercent dans des directions perpendiculaires au plan réfringent et aient même intensité à la même distance, et des intensités égales ou inégales à des distances inégales : le mouvement du rayon qui est parallèle au plan réfringent, ne subira aucune altération par l'action de cette force, et le mouvement qui lui est perpendiculaire sera altéré d'après cette loi que si un mobile tombe avec une vitesse quelconque sur un espace terminé par deux plans parallèles, et que dans la traversée de ce passage il soit pressé perpendiculairement vers le plan le plus éloigné par une force qui dépende de la distance à ce plan, la vitesse du mobile, au sortir de l'espace considéré, sera toujours égale à la racine quarrée de la somme des quarrés de la vitesse perpendiculaire dont il était animé au moment de son incidence et de la vitesse perpendiculaire qu'il aurait acquise, à son émergence, s'il avait pénétré dans l'espace avec une vitesse d'abord parallèle au plan d'incidence (mais que la force aurait infléchie.)

Puis donc, comme il a été dit, que la vitesse perpendiculaire du rayon émergent CN est $\frac{MC}{NG}$ CG, celle d'un autre rayon CE, qui est $\frac{AD}{EF}$ CF, devra être égalée à la racine quarrée de la somme des

quarrés de CD et de $\frac{MC}{NG}$ CG; on aura donc :

$$\frac{\overline{AD}^2}{\overline{EF}^2}\overline{CF} = \overline{CD}^2 + \frac{\overline{MC}^2}{\overline{NG}}\overline{CG}^2;$$

et, en ajoutant aux deux membres les quantités égales

$$\overline{AD}^2 \quad \text{et} \quad \overline{MC}^2 - \overline{CD}^2,$$

$$\overline{AD}^2\left(1 + \frac{\overline{CF}^2}{\overline{EF}^2}\right) = \overline{MC}^2\left(1 + \frac{\overline{CG}^2}{\overline{NG}^2}\right),$$

ou

$$\overline{AD}^2\,\frac{\overline{EF}^2 + \overline{CF}^2}{\overline{EF}^2} = \overline{MC}^2\,\frac{\overline{NG}^2 + \overline{CG}}{\overline{NG}^2}.$$

ou encore, en divisant par les quantités égales

$$\overline{EF}^2 + \overline{CF}^2 \quad \text{et} \quad \overline{NG}^2 + \overline{CG}^2,$$

$$\frac{\overline{AD}^2}{\overline{EF}^2} = \frac{\overline{MC}^2}{\overline{NG}^2} = \text{constante},$$

c'est-à-dire que $\frac{AD}{EF}$, ou le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction est constant.

Je doute que le lecteur ait pu trouver cette démonstration bien claire, mais je pense que, même éclaircie, elle ne vaudrait pas encore celles de Descartes ou de Fermat, qui ne valaient rien ni l'une ni l'autre.

Il est à remarquer que Newton n'a jamais essayé de démontrer la loi de la réflexion.

La Seconde Partie du Premier Livre traite de la recomposition

des couleurs et de la lumière blanche, au moyen de mélanges, en quantités convenables, de rayons doués des couleurs primitives. Cette seconde partie se termine par la théorie de l'arc-en-ciel et l'explication des couleurs propres aux différents corps. Newton attribue, comme on sait, la coloration de chaque corps à ce qu'il ne réfléchit que les rayons d'une certaine espèce et absorbe tous les autres. Il admettait que tous les corps, même les plus opaques, se laissent pénétrer par la lumière jusqu'à une profondeur quelquefois infiniment petite.

La Première Partie du Second Livre est intitulée : *Observations concernant les réflexions, réfractions et couleurs des corps minces transparents.*

Il s'y agit des anneaux colorés qui se produisent lorsque la lumière a à traverser des lames minces. Les explications que donne Newton des phénomènes observés seront nécessairement très imparfaites, puisque la théorie des anneaux colorés dépend de celle des interférences; mais les faits ont été observés par lui avec une rare sagacité, décrits avec une exactitude singulière et rangés sous des lois tellement justes que la Science moderne n'a rien trouvé à y changer.

« D'autres ont observé, dit-il, que les corps transparents, tels que le verre, l'eau, l'air, etc., lorsqu'ils sont réduits en lames minces, produisent différentes couleurs, selon leur ténuité, quoique, plus épais, ils paraissent plus clairs et sans couleur. J'ai évité de traiter de ces couleurs dans le Livre précédent parce que la discussion m'en paraissait plus difficile; mais comme elles peuvent contribuer à de nouvelles découvertes, qui tendront à perfectionner la théorie de la lumière, je vais en rendre compte ici. »

Ses premières observations portèrent sur des couples de prismes accolés et pressés l'un contre l'autre, mais qui n'étant pas parfaitement dressés ne s'appliquaient pas exactement l'un sur l'autre, en sorte qu'il restait un peu d'air emprisonné entre les deux. Il remarque que « en pressant fortement les deux verres l'un contre l'autre, la tache transparente devient de plus en plus large, parce que les parties des verres, mutuellement pressées, sont réduites par cette pression à céder en dedans. »

Il prit ensuite deux verres objectifs l'un plan convexe et l'autre convexe des deux côtés, et, appliquant le premier par son côté plan sur le second, il les pressa l'un contre l'autre plus ou moins, en vue de comparer entre eux les effets produits. Il nota l'ordre des couleurs dans chaque anneau, mesura les rayons de ces anneaux; observa que les rayons de tous les anneaux augmentaient avec la pression, qu'ils s'étendaient dans le sens où l'œil s'éloignait de la normale commune aux deux surfaces en contact; enfin poussa le génie de l'investigation jusqu'à évaluer les épaisseurs de la couche d'air interposée aux distances marquées par les rayons des différents anneaux, en calculant les sinus-verses des arcs ayant pour sinus les rayons des anneaux, après avoir déterminé avec soin le rayon de la surface sphérique, au moyen de la distance focale de la lentille qu'elle formait.

Il distingue aussi entre les deux cas où les anneaux sont vus par réflexion et par transmission; et constate que dans les deux cas leur disposition géométrique est soumise aux mêmes lois, mais que les couleurs se trouvent complémentaires dans les deux sortes d'anneaux, à la même distance du point central de contact.

Voici les lois qu'il formule relativement aux anneaux colorés vus par réflexion : 1° Dans chaque substance les couleurs changent avec l'épaisseur de la lame et avec l'obliquité sous laquelle on regarde; elles disparaissent quand la lame est trop mince ou trop épaisse, et quand l'obliquité est trop grande; 2° les carrés des diamètres des anneaux brillants sont comme les nombres impairs, et les carrés des diamètres des anneaux obscurs sont comme les nombres pairs; ou bien : les épaisseurs de la lame correspondant aux anneaux brillants sont comme les nombres impairs, tandis que les épaisseurs correspondant aux anneaux obscurs sont comme les nombres pairs.

Newton avait donné de tous ces faits une théorie qui « montre, dit Pouillet, combien il est difficile de généraliser, ou même d'exprimer des faits sans y rien mêler d'hypothétique, mais qui montre aussi qu'un système peut conduire à des résultats importants ou à des rappochements heureux, même quand il est faux ou incomplet. »

C'est à partir de la Seconde Partie du Second Livre, intitulée : *Remarques sur les observations précédentes*, que Newton commence à donner l'essor à ses vaticinations.

Il lui prend d'abord la fantaisie de rapprocher les couleurs primitives des tons de la gamme. Képler aurait dit carrément : Il y a sept couleurs primitives et sept notes dans la gamme; or le Créateur... donc...; et il aurait invoqué, à l'appui de son dire, un proverbe emprunté à Théon de Smyrne. Mais Newton n'adresse aucune invocation aux dieux; il entre de suite en matière :

« Prenez, dit-il, sur une droite quelconque, depuis le point γ les longueurs γA, γB, γC, γD, γE, γF, γG, γH en même pro-

portion entre elles que les racines cubiques des carrés des nombres qui représentent les longueurs que doit avoir une corde de musique pour produire toutes les notes d'une octave. Et sur les points A, B, C, D, E, F, G, H élevez les lignes perpendiculaires Aα, Bβ, etc., par les intervalles desquelles lignes doit être représentée l'étendue des différentes couleurs. Ensuite... » Mais en voilà assez, je crois, pour permettre de douter que la figure que trace Newton, et qui est composée d'à peu près un millier de lignes, puisse fournir l'explication des circonstances du phénomène des anneaux colorés.

La Troisième Partie est intitulée : *Des couleurs permanentes des corps naturels et de leur analogie avec celle des corps transparents.*

Le phénomène des anneaux colorés va fournir une explication très simple des couleurs propres aux différents corps naturels : on a vu que les couleurs présentées par les anneaux se succèdent dans un certain ordre, en même temps que l'épaisseur de la lame mince varie suivant une certaine loi, donc couleur et épaisseur ne font qu'un, et si un corps paraît bleu, vert ou rouge, c'est qu'il se laisse pénétrer jusqu'à la profondeur correspondant à sa couleur propre, avant de rejeter le rayon incident.

Mais pourquoi, après avoir si simplement trouvé l'explication des couleurs des corps, ne s'ingénierait-on pas pour se rendre un peu mieux compte du phénomène des anneaux colorés ? La considération des longueurs des cordes qui rendent les différents sons composant la gamme a bien sa valeur, mais on peut trouver mieux : Pourquoi les rayons incidents fournissent-ils une suite d'anneaux noirs, colorés des sept nuances fondamentales, noirs, etc. ? Cela tient simplement à ce que, dans son parcours,

un rayon lumineux a des *accès alternatifs de facile réflexion et de facile transmission.*

Voici quelques spécimens de cette théorie des accès :

« La raison pour laquelle les surfaces des corps transparents épais réfléchissent une partie de la lumière qui tombe sur ces corps et rompent le reste est que quelques rayons, au moment de leur incidence, se trouvent dans des accès de facile réflexion, tandis que les autres sont dans des accès de facile transmission.

« Les surfaces des corps transparents qui réfractent très fortement un rayon qui se trouve dans un accès de réfraction, le réfléchissent au contraire très facilement lorsqu'il est dans un accès de réflexion.

« Les intervalles des accès de facile réflexion et de facile transmission d'un rayon homogène qui passe, sous un angle quelconque, d'un milieu quelconque dans un même milieu sont exactement, ou à fort peu de chose près, comme le rectangle de la sécante de l'angle de réfraction et de la sécante d'un autre angle dont le sinus est la première de 106 moyennes proportionnelles arithmétiques entre les sinus d'incidence et de réfraction.

« Pour différentes espèces de rayons passant sous le même angle, d'un milieu réfringent quelconque dans un même milieu, les intervalles des accès suivants de facile réflexion et de facile transmission sont exactement, ou à fort peu près, comme les racines cubiques des quarrés des longueurs des cordes qui produisent les notes *sol, la, fa, sol, la, mi, fa, sol.*

« Si un rayon, de quelque espèce qu'il soit, passe perpendiculairement dans différents milieux, les intervalles des accès de facile réflexion et de facile transmission dans un milieu quelconque, sont à ces intervalles dans un autre milieu comme le

sinus d'incidence est au sinus de réfraction, lorsque ce rayon passe du premier des deux milieux dans le second, etc., etc. »

Il est bon d'ajouter qu'à la suite de chacun de ces énoncés Newton répète chaque fois : « Ceci est manifeste par telle observation. »

On voit que Newton était allé comme d'autres et comme Descartes, à qui il le reproche si bien, puiser à la source toujours intarissable, depuis Aristote, des solutions faciles des questions les plus insolubles.

La méthode est toujours la même : créer les agents propres à produire les faits, plus ou moins bien observés, et attribuer à ces agents les habitudes et les caprices qui puissent leur permettre de présider également bien aux faits normaux, et aux phénomènes exceptionnels.

Cette méthode est à la portée de tout le monde; Diafoirus l'exploite aussi bien que Newton : mais il est important de remarquer que tandis que, entre les mains d'un savant vulgaire, elle est sans dangers, elle en offre au contraire de très grands lorsqu'un grand homme y a eu recours pour fonder une théorie nouvelle, parce que ce grand homme laisse derrière lui des disciples, un parti puissant qui, sous le couvert du maître, fait ensuite longtemps obstacle au progrès.

Il faut toutefois convenir, en faveur de Newton, qu'avant de produire ses hypothèses, il avait longtemps observé les faits avec une très rare habileté.

Dans la Quatrième Partie du Second Livre, Newton étudie les anneaux qui se produisent par réflexion dans l'axe d'un miroir concave.

Le Troisième Livre a principalement trait à la diffraction.

Newton reprend l'expérience de Grimaldi et la varie de différentes manières, principalement en substituant à la lumière blanche des rayons de toutes couleurs. « Je trouvai, dit-il, que les ombres des corps placés dans une lumière colorée étaient bordées de franges de la couleur qu'avait la lumière à laquelle ces corps étaient exposés, et, en comparant les franges produites dans des lumières de différentes couleurs, je trouvai que celles que produit la lumière rouge étaient les plus amples et celles que produit le violet, les moindres » il fait remarquer alors, avec beaucoup de raison, que les franges produites par la lumière blanche résultent de la superposition de celles que produisent les sept couleurs primitives.

Quant à une explication du phénomène de la diffraction, Newton, à proprement parler, n'en donne pas.

Il dit qu'il lui restait à faire un grand nombre d'expériences dont d'autres occupations vinrent le distraire, et que n'ayant pu les reprendre il se contentera pour toute conclusion de proposer quelques questions qui pourront engager d'autres personnes à pousser plus loin ces sortes de recherches. Mais son sentiment perce à travers ces questions dont nous rapporterons les premières.

« Les corps n'agissent-ils pas à distance sur la lumière et, par leur action, ne plient-ils pas ses rayons?

« Les rayons qui diffèrent en réfrangibilité ne diffèrent-ils pas aussi en flexibilité; et ne sont-ils pas séparés les uns des autres par leurs diverses flexibilités, de façon à produire les franges colorées qui ont été décrites plus haut?

« Les rayons de lumière passant près des extrémités des corps ne sont-ils pas pliés plusieurs fois en divers sens et les trois

franges colorées dont il a été parlé ne sont-elles pas produites par trois inflexions de cette espèce?

« Les rayons qui sont réfléchis ou rompus ne commencent-ils pas à se plier avant de parvenir jusqu'aux corps? » Etc.

Toutes ces questions ont été depuis traduites en articles de foi par les disciples de Newton. Ajoutons cependant qu'on trouve dans les dernières des aperçus prophétiques d'une grande justesse sur les analogies de la lumière et de la chaleur.

L'Ouvrage se termine par une réfutation peu heureuse des théories d'Huyghens, principalement au sujet de la double réfraction.

Pour expliquer la double réfraction, Newton a encore recours à la méthode aristotélique de créer l'entité dont le besoin se fait sentir. « Chaque rayon de lumière, dit-il, peut être considéré comme ayant quatre côtés, dont deux, opposés l'un à l'autre, inclinent le rayon à être rompu de la manière extraordinaire, lorsque l'un ou l'autre (côté) est tourné vers la face à réfraction extraordinaire; tandis que les deux autres (côtés) ne l'inclinent pas à être rompu autrement que de la manière ordinaire, lors même que l'un ou l'autre (côté) est tourné vers la face à réfraction extraordinaire. » Et ailleurs: « Chaque rayon de lumière a donc deux côtés opposés, doués *originairement* d'une propriété dont dépend la réfraction extraordinaire et deux autres côtés qui n'ont pas cette propriété. Et il reste encore à rechercher si la lumière n'a pas d'autres propriétés en vertu desquelles les côtés des rayons de lumière diffèrent. » Mais certainement on lui en trouvera d'autres, que l'on inventera à mesure que de nouveaux phénomènes se présenteront, à moins que l'on ne se décide à changer de méthode, ce qui vaudra mieux.

Newton, à la fin de son livre, semble atteint par un doute immense : il se demande s'il faut rejeter absolument l'hypothèse de l'éther, si les phénomènes lumineux ne sont pas dus à des vibrations transmises par ce milieu, etc.

Si peu que vaille mon opinion à cet égard, je crois pouvoir la donner : la théorie des ondulations satisfait mon esprit, mais l'éther me gêne.

FIN DE LA CINQUIÈME PARTIE.

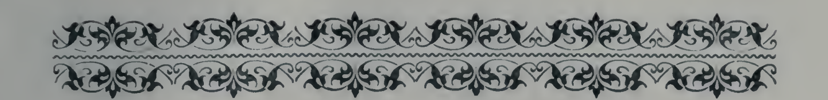
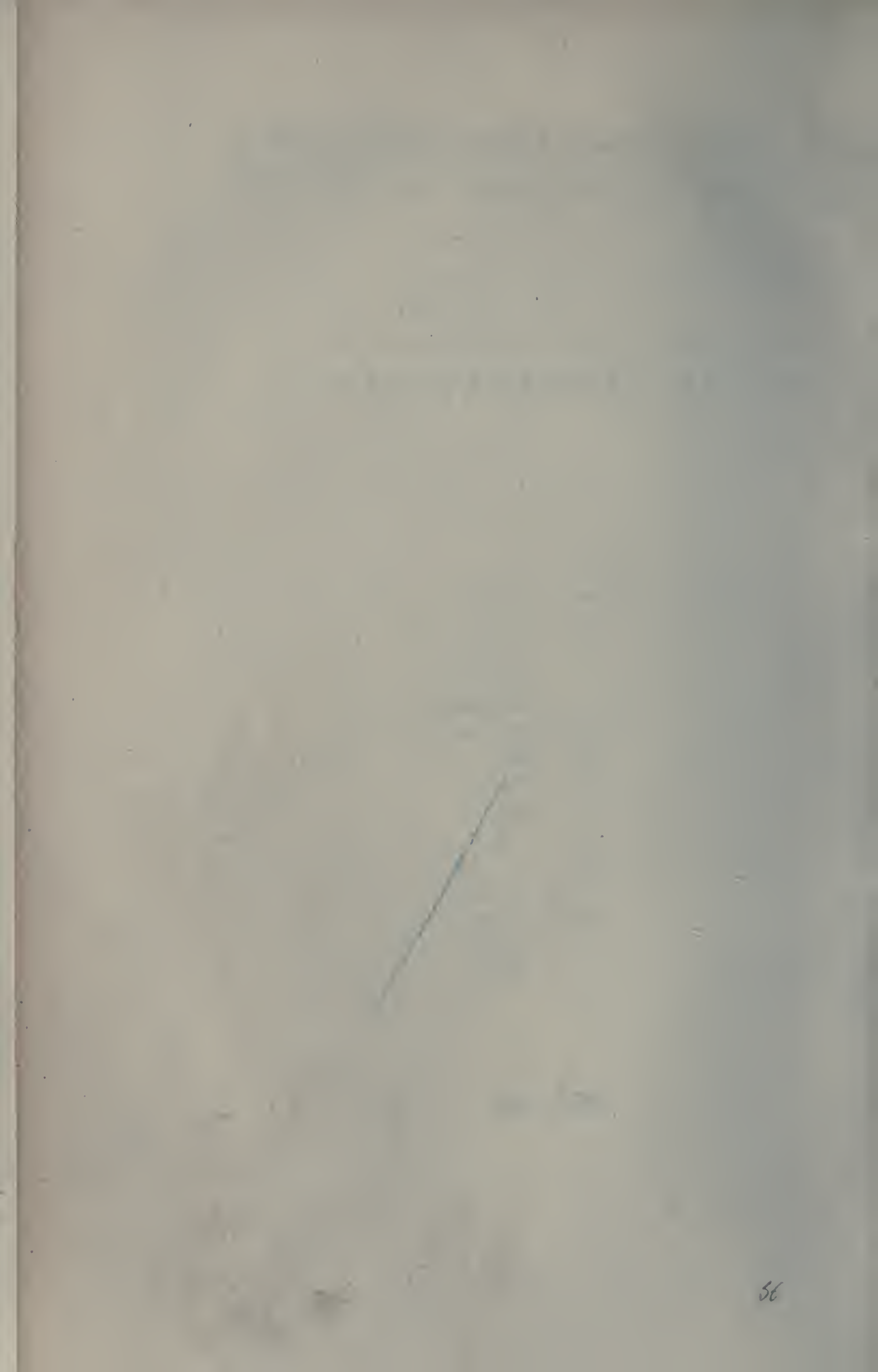


TABLE ALPHABÉTIQUE.

	Pages.
Auzout	100
Barrow	95
Becher	108
Cassegrain	130
Cassius	124
Dalencé	130
Darandeli	103
Eimmart	122
Ferguson	128
Graaf	129
Grégory (James)	119
Hooke	111
Hudde	108
Huyghens	15
Kinckhuysen	103
Kirch	124
Kunckel	120
Lahire	126
Leuwenhœck	106
Magalotti	119
Malebranche	123
Montanari	107
Neil	117
Newton	164
Ozanam	125
Richer	102
Rudbeck	103
Ruich	123
Sténon	104
Swammerdam	118
Wrenn	104




56



